

ФИЗИКА НАШИХ ДНЕЙ

Неклассический перенос в неравновесных течениях разреженного газа

В.В. Аристов, С.А. Забелок, А.А. Фролова

Рассматриваются физические явления в неравновесных течениях газа, в которых нарушаются классические законы Стокса и Фурье для переноса напряжений и тепла. Выявляются принципиальные отличия кинетического описания от методов термодинамики неравновесных процессов. Исследуются классы задач для неравновесных течений разреженного газа, в которых реализуется неклассический перенос. Обсуждаются возможности экспериментальной проверки эффектов.

Ключевые слова: кинетическая теория, уравнение Больцмана, неравновесные течения, неклассические процессы переноса

PACS numbers: 05.20.Dd, 05.70.Ln, 51.10.+y

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2024.08.039730>

Содержание

1. Введение (276).
 2. Кинетический подход и возможность неклассического переноса (278).
 - 2.1. Уравнение Больцмана.
 - 2.2. Феноменологические законы переноса импульса и тепла.
 - 2.3. Пример аномальной связи теплового потока и градиента температуры.
 3. Теплопередача в классическом и неклассическом случаях (279).
 - 3.1. Классическая задача о теплопередаче.
 - 3.2. Задача о теплопередаче при неравновесном отражении.
 4. Неравновесное течение при неоднородной релаксации (282).
 - 4.1. Неоднородная релаксация при сверхзвуковом режиме во всей области течения.
 - 4.2. Неоднородная релаксация в сложных режимах.
 5. Обнаружение аномального переноса при обтекании тел (286).
 6. Исследование аномального переноса в течениях с граничными условиями "мембранного типа" (287).
 7. Соответствие второму началу термодинамики, неравновесная энтропия, перспективы экспериментального подтверждения (290).
 8. Выводы (292).
- Список литературы (292).

1. Введение

Изучение сильнонеравновесных течений газов в настоящее время приобретает большую важность (см., например, [1, 2]). Это связано с развитием лазерной техники,

исследованием верхних слоёв атмосферы, межзвёздного пространства и плазмы, а также с разработкой нанотехнологий и исследованием процессов в микро/наномеханических системах, т.е. процессов, происходящих в масштабах характерных расстояний от нескольких нанометров до сотен микрометров. Причём уравнения Навье–Стокса (НС), обычно используемые в традиционных проблемах газовой динамики, в данном случае могут не давать корректных результатов, так как получены в рамках ньютоновской концепции, континуальной модели и термодинамического равновесия.

Допущение термодинамического равновесия означает, что столкновения молекул происходят достаточно часто на коротком временном интервале, при этом параметры газа мало меняются на расстояниях, сравнимых с длиной свободного пробега (l_0), что отвечает малому числу Кнудсена Kn — отношению l_0 к характерному масштабу течения L .

В формулировке уравнений НС используются фундаментальные предположения о линейных соотношениях между тензорами напряжения и скорости деформации потока (закон вязкости Ньютона), а также между тепловым потоком и градиентом температуры (закон Фурье), в качестве граничных условий традиционно принимается условие отсутствия скольжения и скачка температуры на поверхности тел. Поскольку уравнения НС не дают правильной картины течения газовых потоков при сильной неравновесности течений, то феноменологические связи в теории переноса и новые явления могут быть обнаружены в рамках кинетического подхода с использованием уравнения Больцмана. Нахождение новых областей применения кинетического подхода должно сопровождаться определением места данной теории между макроскопическим описанием с помощью уравнений Эйлера или НС и атомно-молекулярным описанием с помощью уравнений Ньютона или Шрёдингера.

В.В. Аристов^(а), С.А. Забелок^(б), А.А. Фролова^(в)
Федеральный исследовательский центр
"Информатика и управление" РАН,
ул. Вавилова, 44, кор. 2, 119333 Москва, Российская Федерация
E-mail: ^(а) aristovvl@yandex.ru, ^(б) s.zabelok@yandex.ru,
^(в) aafrolova@yandex.ru

Статья поступила 16 апреля 2024 г.,
после доработки 12 июля 2024 г.

Чтобы подчеркнуть специфику кинетических методов, стоит привести слова одного из самых известных авторов в области кинетической теории Г. Грэда из [3] об особой роли уравнения Больцмана среди уравнений математической физики: "...Обычная термодинамика необратимых процессов имеет дело с малыми (линейными) отклонениями от равновесия, тогда как уравнение Больцмана допускает большие (нелинейные) отклонения. ...Следует строго различать нелинейность уравнений гидродинамики и линейность механизма необратимости. Принципиальным достоинством уравнения Больцмана является то, что оно позволяет описывать существенные изменения свойств газового потока на средней длине свободного пробега...".

При решении многих задач динамики разреженного газа нарушение закона Фурье (или Стокса) долгое время не фиксировалось, так как основной интерес был связан с определением поведения макропараметров в режимах течения, близких к континуальным, где эффект аномальности переноса либо слабо выражен, либо не выявляется.

Однако при исследовании течений газа в микро- и наногеографии обнаруживаются интересные явления, не наблюдающиеся в континуальном режиме. Например, расход газового потока, движущегося при заданном перепаде давления в канале, достигает минимума при числе Кнудсена $Kn \sim 1$ — такое явление получило название парадокса Кнудсена [4]. Другим уникальным явлением, обнаруженным в разреженных режимах течения, является процесс теплового скольжения газа, вызванный неравномерным нагревом стенок канала. Данный процесс в настоящее время используется при создании насосов Кнудсена — нового поколения компрессоров без движущихся частей. Основой насосов Кнудсена служит явление тепловой транспирации, которое было известно давно [5–7], но не сразу нашло признание, поскольку была неясна связь этого явления с реальным применением. С точки зрения классической гидродинамики не существует стационарного течения, индуцируемого только температурным полем без внешних сил, таких как сила тяжести и давление. В разреженном газе температурное поле играет существенную роль в создании газового потока, не зависящего от времени [8]. В [9] представлены различные типы термоиндуцированных потоков и обширный обзор недавних исследований по указанной теме. Важная роль кинетических эффектов при изучении процессов испарения, конденсации и теплопереноса показана в [10].

В результате развития микротехнологий, прогресса в изучении свойств новых материалов и совершенствования численных методов расширяются исследования сильнонеравновесных течений. Например, для некоторых стационарных течений разреженного газа на основе уравнения Больцмана было обнаружено, что на масштабах порядка длины свободного пробега связь диссипативных потоков (теплового потока и тензора вязких напряжений) с производными скорости и температуры может быть принципиально отличной от классических формулировок Ньютона, Фурье, особенно если в рассматриваемом процессе возникают зоны сильнонеравновесного течения, поддерживаемые определёнными неравновесными условиями на границах области течения. На макроскопическом уровне связи диссипативных потоков с производными соответствующих величин остаются

линейными, но, в отличие от классических формулировок, содержат положительные, а не отрицательные коэффициенты пропорциональности, что принципиально меняет физическую картину процесса, так как тепло передаётся из холодной области в горячую, а перенос импульса осуществляется в направлении увеличения скорости. Именно выявлению таких эффектов в различных течениях посвящена настоящая статья.

Однако нарушения классических законов переноса могут возникать в течениях и с равновесными граничными условиями. Например, в задаче о структуре ударной волны при больших числах Маха ($M > 8$) [11–14] было отмечено (на основе приближения решения в форме Мотт–Смита) немонотонное поведение температуры при постоянном значении знака теплового потока. Данный эффект (обнаруженный и при решении уравнения Больцмана в 1970-е годы) вызывал сомнения у исследователей из-за невысокой точности используемых численных методов. Подтверждение с помощью надёжных численных подходов: консервативного решения уравнения Больцмана и независимо методом прямого статистического моделирования (ПСМ) — было получено много позднее (см., например, [15]).

Эффекты неклассического переноса тепла также были обнаружены при исследовании течения Пуазейля в [16, 17]. В некоторых сравнительно недавних работах (например, [18, 19]) получено также подтверждение возможности аномального теплопереноса. В работе [18] проводится теоретическое рассмотрение, а в [19] с использованием численного подхода представлено решение задачи о течении в прямоугольной полости, вызванном движением верхней стенки (крышки).

В классических постановках задач для течений Пуазейля, Куэтта, Рейнольдса и др. с равновесными граничными условиями обнаруживаются локальные аномальности теплопереноса [20–22]. Так, например, в [22] рассматривается задача о течении Рейнольдса, в которой отмечается минимум поперечной температуры на оси, при этом знак теплового потока в поперечном направлении не меняется, так что вблизи оси наблюдается аномальный теплоперенос.

Выявление новых эффектов переноса в различных течениях определяет новые проблемы. Нелинейный не-Фурье тепловой перенос вместо обычного линейного переноса по закону Фурье рассматривается в работах [23–25], где также обсуждается расширенная термодинамика. Ранее в ряде работ было обнаружено, например, наличие продольного теплового потока в разреженном газе для задачи Куэтта при нулевом температурном градиенте [26].

Можно отметить работы (см., например, [27]), в которых изучаются течения, где при малых числах Кнудсена при определённых физических условиях барнеттовские члены разложения превышают навье-стоксовские, что приводит к появлению дополнительных нелинейных членов в формулировке закона Ньютона. Напряжения возникают из-за неоднородности температуры и концентрации.

Подробный обзор, посвящённый взаимосвязи кинетической теории и неравновесной термодинамики, представлен в [28]. Там, в частности, отмечается, что некоторыми исследователями, например, Грэдом предлагалось обобщение методов неравновесной термодинамики на более общий случай, когда неравновесное состояние газа

(и энтропия) определяются не только локальными значениями термодинамических переменных (плотности, внутренней энергии и концентраций компонентов), но и любым числом дополнительных переменных состояния (моментов функции распределения). При дальнейшем развитии такого обобщения в выражении для производства энтропии, входящем в уравнение баланса энтропии, появляются дополнительные члены, содержащие производные по координатам выше первого порядка от основных термодинамических переменных и скорости. Соответственно, расширяется и система феноменологических уравнений для потоков и сил [29–30]. Тем не менее, в отличие от кинетической теории, здесь используется, по сути, макроскопический подход (см., например, сравнительно недавнюю работу [31]). Принципиальное отличие в описании энтропии в кинетике и термодинамике необратимых процессов отмечено в [14].

Обобщения законов Фурье и Ньютона на системы с длительным временем релаксации получены в рамках расширенной термодинамики необратимых процессов [32, 33]. Основное в таком формализме — гипотеза о включении диссипативных потоков (теплого потока, тензора вязкого напряжения) в набор основных независимых переменных энтропии, что позволило получить эволюционные уравнения для этих потоков. Данный подход оказывается особенно полезным для изучения термодинамики неравновесных стационарных состояний и систем с длительным временем релаксации, таких как вязкоупругие среды или системы при низких температурах (см. также [34–35]).

Стоит отметить, что неравновесные условия на границах течения газа не всегда приводят к аномальным процессам переноса, поэтому описание условий для получения таких течений представляет интерес при изучении процессов в микро- и наномасштабных устройствах. В настоящей статье продемонстрировано возникновение эффектов аномального переноса в течениях с неравновесными граничными условиями. Для предварительных оценок применяется теоретический анализ, а главным инструментом исследования является численное моделирование с помощью программного комплекса Unified Flow Solver (UFS) [36], созданного на базе методов прямого решения уравнения Больцмана. Также обсуждаются перспективы экспериментальной проверки обнаруженных эффектов.

2. Кинетический подход и возможность неклассического переноса

2.1. Уравнение Больцмана

Основной кинетической теории является уравнение Больцмана (УБ) для описания эволюции функции распределения (ФР) по скоростям одноатомных молекул $f(\mathbf{r}, \boldsymbol{\xi}, t)$. Для однокомпонентного газа уравнение представляется в виде

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \boldsymbol{\xi} \nabla_{\mathbf{r}} f + \frac{\mathbf{F}}{m} \nabla_{\boldsymbol{\xi}} f = I(f, f), \quad (1)$$

где $\mathbf{r} = (x, y, z)$ — вектор координат физического пространства, $\boldsymbol{\xi} = (\xi_x, \xi_y, \xi_z)$ — вектор скоростей, t — время, \mathbf{F} — вектор силы, m — масса молекул (заметим, что в дальнейшем член, связанный с внешней силой, будет опускаться, поскольку нас будут интересовать

течения без влияния внешнего поля). Интеграл столкновений $I(f, f)$ в случае бинарных столкновений представляет собой интегральный локальный оператор в физическом пространстве

$$I(\boldsymbol{\xi}) = \int_{S^2} d\omega \int_{R^3} (f(\boldsymbol{\xi}'_1) f(\boldsymbol{\xi}') - f(\boldsymbol{\xi}_1) f(\boldsymbol{\xi})) |\mathbf{g}| \sigma(g, \chi) d\boldsymbol{\xi}_1,$$

где $\mathbf{g} = \boldsymbol{\xi}_1 - \boldsymbol{\xi}$ — вектор относительной скорости сталкивающихся частиц, $d\omega$ — телесный угол, $\sigma(g, \chi)$ — дифференциальное сечение столкновений, χ — угол рассеивания, зависящий от потенциала поля взаимодействия частиц, $\boldsymbol{\xi}'$ и $\boldsymbol{\xi}'_1$ — скорости частиц после столкновения. В настоящей работе рассматривается случай пренебрежимо малого воздействия поля внешних сил, и поэтому третья слагаемое в левой части (1) далее полагается равным нулю.

Макроскопические переменные, такие как плотность числа частиц n , средняя скорость \mathbf{u} , температура T , H -функция, вектор теплового потока \mathbf{q} и тензор напряжения \mathbf{P} , определяются в кинетической теории усреднением ФР по скоростному пространству с соответствующими весами

$$(n, n\mathbf{u}, 3k_B nT, H, \mathbf{q}, \mathbf{P}) = \int \left(1, \boldsymbol{\xi}, mC^2, \ln(f), \frac{mC^2}{2}, m\mathbf{C} \otimes \mathbf{C} \right) f d\boldsymbol{\xi}, \quad (2)$$

а давление p и тензор вязких напряжений \mathbf{p} по формулам $p = n k_B T$, $\mathbf{p} = \mathbf{P} - p\mathbf{I}$, где k_B — постоянная Больцмана.

Наряду с точным УБ при численном моделировании или получении приближённых решений и оценок используются модельные релаксационные уравнения

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \boldsymbol{\xi} \nabla_{\mathbf{r}} f = \nu (F^+ - f). \quad (3)$$

В случае модели Шахова (S-модельного уравнения) [37]

$$F^+ = F_M(n, \mathbf{u}, T) \left[1 + \frac{2m}{5pk_B T} (1 - \text{Pr}) \mathbf{q} \cdot \mathbf{C} \left(\frac{mC^2}{2k_B T} - \frac{5}{2} \right) \right],$$

где $F_M(n, \mathbf{u}, T) = n (m/(2\pi k_B T))^{3/2} \exp(-mC^2/2k_B T)$ — функция Максвелла, Pr — число Прандтля, $\mathbf{C} = \boldsymbol{\xi} - \mathbf{u}$ — вектор относительной молекулярной скорости, а $\nu = p/\mu$ — частота столкновений, зависящая от коэффициента вязкости μ и давления p . При $\text{Pr} = 1$ уравнение (3) сводится к хорошо известному релаксационному уравнению БГК [38].

При решении кинетических уравнений, как правило, используются безразмерные величины, нормированные на характерные параметры процесса, такие как масштаб длины, температура, плотность числа частиц, масса частиц и наиболее вероятная молекулярная скорость, равные соответственно L , T_{ref} , n_{ref} , m и $u_T = \sqrt{2k_B T_{\text{ref}}/m}$. Введение характерных величин приводит к появлению в правой части уравнения параметра разреженности, а именно числа Кнудсена $\text{Kn} = l_0/L$, где l_0 — длина свободного пробега, которая в случае закона взаимодействия частиц по модели твёрдых сфер определяется по диаметру молекул d и плотности числа частиц $n_0 = 1/(\sqrt{2}n_{\text{ref}} \pi d^2)$. В качестве характерного значения для ФР выбрана величина $f_{\text{ref}} = n_{\text{ref}}/u_T^3$.

2.2. Феноменологические законы переноса импульса и тепла

Метод Чепмена–Энскога (ЧЭ) позволяет определить линейную связь тензора вязких напряжений с тензором скоростей сдвига

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{1}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_r}{\partial r},$$

а теплового потока с градиентом температуры в следующем виде:

$$\mathbf{p} = -2\mu\mathbf{S}, \quad (4)$$

$$\mathbf{q} = -\lambda \operatorname{grad}(T), \quad (5)$$

где λ и μ — коэффициенты теплопроводности и вязкости соответственно.

Эти соотношения хорошо известны как законы Ньютона и Фурье и являются феноменологическими законами переноса импульса и тепла. Однако их вывод в рамках метода ЧЭ основан на априорной гипотезе локального равновесия, которая может быть слишком сильным ограничением для широкого класса явлений. Отказ от принципа локального равновесия в рамках расширенной необратимой термодинамики позволяет получить эволюционные уравнения для теплового потока и тензора вязких напряжений, применимые для описания быстрых процессов, а в случае медленных явлений они сводятся к классическим законам.

В классическом подходе делаются следующие допущения [39]: "...Имеются как бы две большие равновесные системы... с несовпадающими значениями плотности, температуры и т.д., а между ними вставлена исследуемая нами система... через которую и происходят процессы переноса... Упрощающие положения теории явлений переноса в газах а) ...в каждом плоском слое реализуется локальное равновесное состояние... б) ...пробежав путь l в любом направлении... частицы включаются в равновесное тепловое движение, но уже в новом слое... в) ...переходя из слоя в слой, частицы помимо самих себя переносят в новый слой и свои характеристики, свою энергию, количество движения и т.д."

2.3. Пример аномальной связи теплового потока и градиента температуры

Покажем, что в неравновесной системе может осуществляться перенос тепла, отличный от классического, а именно — из холодной области в горячую. Такую ситуацию можно получить, если в двух близких точках области x_A и x_B ($x_A < x_B$) задать неравновесные ФР.

Например, можно рассмотреть их в виде следующих сумм двух функций Максвелла:

$$f_A = f_M(n, \mathbf{u}_0 = \{-u_0, 0, 0\}, T_A^0) + f_M(n, \mathbf{u}_1 = \{u_0, 0, 0\}, T_A^1),$$

$$f_B = f_M(n, \mathbf{u}_0 = \{-u_0, 0, 0\}, T_B^0) + f_M(n, \mathbf{u}_1 = \{u_0, 0, 0\}, T_B^1).$$

При этом параметры функций Максвелла: плотности числа частиц одинаковы и равны n , а векторы скорости \mathbf{u}_0 и \mathbf{u}_1 имеют равную абсолютную величину, но противоположные направления. Температуры максвеллианов T_A^0, T_A^1 и T_B^0, T_B^1 выбираются различными, так чтобы тепловые потоки ФР f_A и f_B не равнялись нулю. Значения

температур могут быть заданы произвольными, однако для получения аномального переноса, как показано ниже, должны выполняться дополнительные условия.

Используя (2) и безразмерные значения макропараметров, легко определить значения температур и тепловых потоков в точках x_A и x_B для ФР f_A и f_B :

$$T_{A,B} = \frac{1}{2} (T_{A,B}^0 + T_{A,B}^1) + \frac{2}{3} u_0^2,$$

$$q_{A,B} = \frac{5}{2} n u_0 (T_{A,B}^1 - T_{A,B}^0).$$

Задавая температуры так, что $T_B^1 + T_B^0 > T_A^1 + T_A^0$, получим для температур ФР f_A и f_B $T_B > T_A$, а при $u_0 > 0$ и $T_{A,B}^1 > T_{A,B}^0$, положительность тепловых потоков $q_{A,B} > 0$. Отсюда следует, что $q_A(T_B - T_A) > 0$ и $q_B(T_B - T_A) > 0$. То есть наличие таких ФР в близких точках области может создать условие для аномального теплопереноса.

Однако в приведённом примере ФР не являются решениями кинетического уравнения, причём при перестановке ФР местами аномального теплопереноса не будет. Данный пример двух искусственно выбранных функций является только иллюстрацией возможности возникновения аномальных соотношений между тепловым потоком и градиентом температуры и показывает, что в общем случае соотношения между знаками теплового потока и градиента температуры могут быть произвольными. Поэтому представляется существенным определить, можно ли получить аномальный перенос как результат решения конкретных задач на основе кинетического уравнения. Отметим, что в рассмотренном случае перенос импульса не будет классическим при любом расположении заданных ФР, так как изменения скорости нет, а компонента тензора вязких напряжений p_{xx} не равна нулю.

3. Теплопередача

в классическом и неклассическом случаях

Несмотря на то что условия (4) и (5) получены в рамках локального равновесия, даже в сильно неравновесных течениях может наблюдаться их качественное, а иногда и количественное выполнение. Продемонстрировать это можно, например, на решении известной задачи о теплопередаче между разнонагретыми пластинами.

3.1. Классическая задача о теплопередаче

Одномерная задача о теплопередаче между двумя пластинами с заданными различными поверхностными температурами является часто используемым примером течения, в котором тестируются различные модели.

Классическая постановка состоит в определении температурного профиля и значения теплового потока между двумя пластинами, расположенными друг относительно друга на расстоянии L . В приведённом расчёте пластины имеют температуры: правая $T_w = 4$, левая $T_w = 1$. Граничные условия отражения частиц предполагается диффузным с полной аккомодацией. Решения в [40–42] демонстрируют качественное соответствие температуры и теплового потока с (5) во всём диапазоне чисел Кнудсена $Kn = l_0/L$ (рис. 1) для молекул, взаимодействующих по закону твёрдых сфер. Представленное в [43] аналитическое решение с помощью моментного приближения Лю и Лиса [44] показывает также количествен-

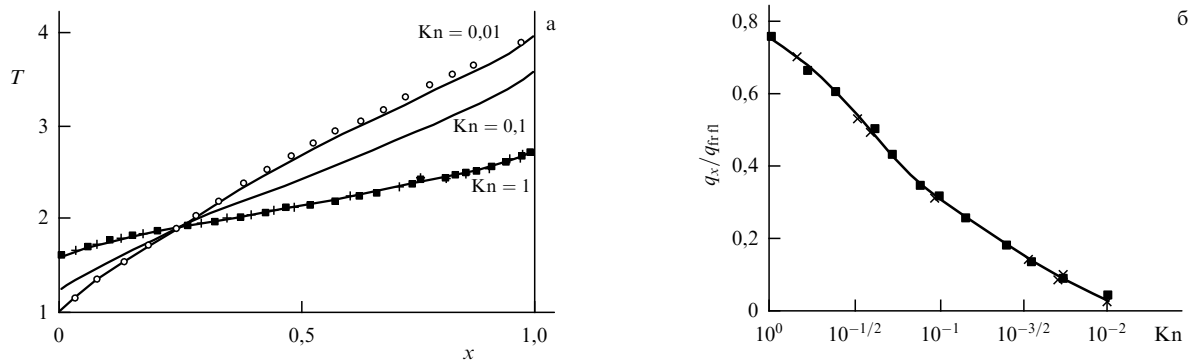


Рис. 1. Классическая задача о теплопередаче (с диффузным отражением), температура левой пластины $T_w = 1$, температура правой пластины $T_w = 4$. (а) Профили температуры T при различных числах Кнудсена, (б) зависимость от числа Кнудсена теплового потока q_x , нормированного на тепловой поток свободномолекулярного течения q_{frn} .

ное совпадение для максвелловских молекул с (5). Данный пример интересен тем, что в этом течении качественное соответствие закону Фурье наблюдается даже при больших числах Кнудсена, когда ФР сильно неравновесная: тепловой поток при всех числах Кнудсена отрицательный, т.е. направлен от правой (горячей) пластины к левой (холодной).

Однако возможны течения, где обнаруживается принципиальное нарушение (5), например, $q_x(\partial T/\partial x) > 0$ во всей области течения или его части. Одним из примеров такого течения является аналогичная рассмотренной выше задача о переносе тепла, индуцированного неравновесным тепловым отражением с граничными условиями, определёнными ниже.

3.2. Задача о теплопередаче при неравновесном отражении

Исследуем теплопередачу при специальных граничных условиях [45]. Отметим, что при моделировании процессов взаимодействия газа с поверхностью ФР или ядро рассеяния отражённых частиц конструируются введением параметров и коэффициентов accommodations для согласования с экспериментальными данными. В строгой постановке проблема описания взаимодействия частиц с поверхностью была сформулирована в терминах теории ядер рассеяния К. Черчиньяни [46], согласно которой ФР отражённых частиц $f_r(\xi)$ связана с ФР падающих на поверхность частиц $f_i(\xi')$ интегральным оператором с ядром рассеяния $R(\xi' \rightarrow \xi)$ следующим образом:

$$\xi_n f_r(\xi) = \int_{\xi'_n < 0} |\xi'_n| R(\xi' \rightarrow \xi) f_i(\xi') d\xi', \quad \xi_n > 0, \quad (6)$$

где ξ, ξ' — векторы скорости отражённых и падающих молекул соответственно, а ξ_n, ξ'_n — соответствующие проекции скоростей на внешнюю нормаль к поверхности. При этом ядро рассеяния $R(\xi' \rightarrow \xi)$ должно удовлетворять следующим условиям:

— положительности

$$R(\xi' \rightarrow \xi) \geq 0, \quad \xi_n > 0, \quad \xi'_n < 0,$$

— нормировки

$$\int_{\xi_n > 0} R(\xi' \rightarrow \xi) d\xi = 1, \quad \xi'_n < 0,$$

— взаимности

$$|\xi'_n| R(\xi' \rightarrow \xi) \exp[-\beta_w^2 \xi'^2] = |\xi_n| R(\xi \rightarrow \xi') \exp[-\beta_w^2 \xi^2],$$

где $\beta_w = \sqrt{m/(2k_B T_w)}$, T_w — температура поверхности. Условие положительности гарантирует положительность ФР отражённых частиц, условие нормировки позволяет удовлетворить условию непротекания. Из условий взаимности, нормировки и соотношения (6) следует, что если ФР падающих частиц $f_i(\xi')$ есть максвеллиан с температурой поверхности T_w , то ФР отражённых частиц $f_r(\xi)$ также будет максвеллианом с температурой T_w , т.е. граничное условие не нарушает равновесного состояния газа около поверхности (вывод условия взаимности и его следствий см. в [46]).

Такое условие отражения можно назвать равновесным. Однако условие взаимности, справедливое для квазиравновесного состояния поверхностных атомов, может нарушаться при неравновесном их состоянии, т.е. при наличии на поверхности неравновесных физико-химических процессов, вызывающих анизотропное возбуждение. Используемые в нашем исследовании ядра рассеяния не удовлетворяют условию взаимности и моделируют отражение, которое назовём неравновесным тепловым отражением.

Опишем кратко результаты из [45]. Рассматривается, так же как и в классической постановке, стационарная одномерная задача о теплопередаче между бесконечными пластинами с разными температурами, расположенными в плоскостях $x = \pm 1/2$, где x — нормированная на L декартова координата, перпендикулярная пластинам. На пластинах ставится условие непротекания $\int \xi_x f(x_{\pm 1/2}, \xi) d\xi = 0$. Для ФР отражённых частиц на одной из пластин (в [45] при $x = -1/2$) рассматриваются два варианта условий. Первый вариант соответствует отражению с эллипсоидальной ФР

$$f\left(-\frac{1}{2}, \xi, \xi_x > 0\right) = n_1^- \left(\frac{1}{2\pi T_{xl}^-}\right)^{1/2} \frac{1}{2\pi T_{yzi}^-} \times \exp\left(-\frac{\xi_x^2}{2T_{xl}^-} - \frac{\xi_y^2 + \xi_z^2}{2T_{yzi}^-}\right), \quad (7)$$

где значения продольной температуры T_{xl}^- и поперечной T_{yzi}^- различны. Здесь и далее нижний индекс l обозначает величины, заданные на левой пластине, а верхний индекс $(-)$ — параметры функций для $\xi_x > 0$.

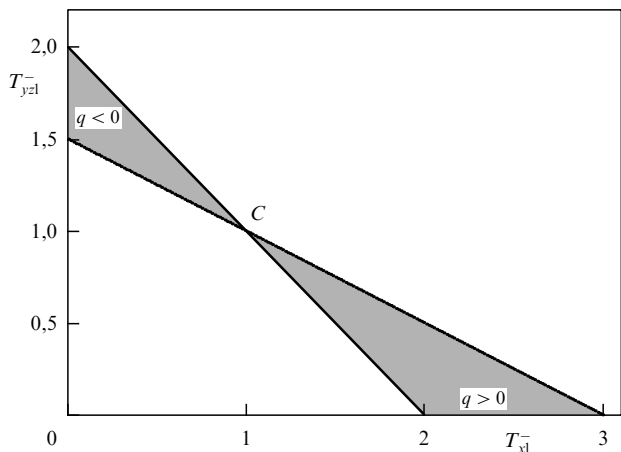


Рис. 2. Области значений продольной T_{x1}^- и поперечной T_{y21}^- температур при аномальном переносе (показаны серым цветом) для граничного условия (7).

Во втором варианте ФР отражённых частиц является суперпозицией максвеллианов с разными параметрами

$$f\left(-\frac{1}{2}, \xi, \xi_x > 0\right) = n_1^- [\alpha f_M(u_{01}, T_1^-) + (1-\alpha) f_M(u_{11}, T_1^-)]. \tag{8}$$

Плотность n_1^- в (7) и (8) определяется из условия непротекания. На правой пластине предполагается диффузное отражение с полной аккомодацией. Безразмерное значение температуры правой пластины равно 1.

Следствием уравнения Больцмана и граничных условий непротекания на обеих пластинах является нулевое значение продольной скорости $u_x = 0$, постоянное значение потока тепла $q_x = \text{const}$ и продольной компоненты тензора напряжения $P_{xx} = \text{const}$. Из-за равенства скорости нулю поток энергии и поток тепла совпадают. Заметим, что, несмотря на то что в граничном условии (8) присутствует скорость, газ между пластинами покоится и граничное условие (8) не является условием движения газа или границы, а соответствует процессу испускания частиц с некоторой заданной скоростью с поверхности. С использованием двухстороннего распределения Лю и Лиса [45] в режиме свободномолекулярного течения определяется область значений параметров условий (7)

и (8), реализующих аномальный теплоперенос, при которых $q_x \partial T / \partial x > 0$. Данные области показаны серым цветом на рис. 2 и 4а. Так как области аномального переноса получены в свободномолекулярном режиме, получение аномального теплопереноса для произвольных чисел Кнудсена нуждается в численной проверке с использованием полного уравнения Больцмана.

Аномальный перенос для найденных значений параметров в граничном условии был подтверждён численным решением УБ для произвольных чисел Кнудсена. На рисунке 3а представлены профили температур с граничными значениями $T_{x1}^- = 2$ и $0,2 \leq T_{y21}^- \leq 0,5$ при $\text{Kn} = 1$. Из рисунка видно, что для $T_{y21}^- < 0,5$ во всей области течения $q_x \partial T / \partial x > 0$, при $T_{y21}^- = 0,5$ аномальный перенос наблюдается в части области. Влияние разреженности газа показывает рис. 3б при $T_{x1}^- = 2$, $T_{y21}^- = 0,2$. При уменьшении числа Кнудсена тепловой поток уменьшается, оставаясь положительным. С ростом x происходит переход к классическому теплопереносу, что связано с максвеллизацией ФР. Зона аномального теплопереноса остаётся порядка длины свободного пробега и располагается в кнудсеновском слое около левой пластины, что подтверждает кинетический характер явления. Подчеркнём, что аномальное поведение при малых числах Кнудсена наблюдается только в части области в кнудсеновском слое (слева).

Для граничных условий (8) ФР отражённых частиц является суперпозицией двух максвеллианов с одной и той же температурой T_1^- , но с разными скоростями. При $\alpha = 0$ и ненулевой продольной компоненте скорости граничное условие имеет вид

$$f\left(-\frac{1}{2}, \xi, \xi_x > 0\right) = n_1^- f_M(u_1^-, T_1^-).$$

Область значений параметров граничного условия, приводящих к нарушению соотношения Фурье для теплопередачи, показана на рис. 4а, и, как видно, она является очень узкой.

Результаты расчётов при числе $\text{Kn} = 1$ для $T_1^- = 0,273$ при изменении $1,26 < u_1^- < 1,77$ (значения отмечены квадратиками на рис. 4а) представлены на рис. 4б. Если параметры граничного условия (8) u_1^- , T_1^- попадают в область аномального переноса (серая область $q_x < 0$ на рис. 4а), то численные расчёты подтверждают выполнение условий $q_x (dT/dx) > 0$ для всех x . Так, при $u_1^- = 1,63$,

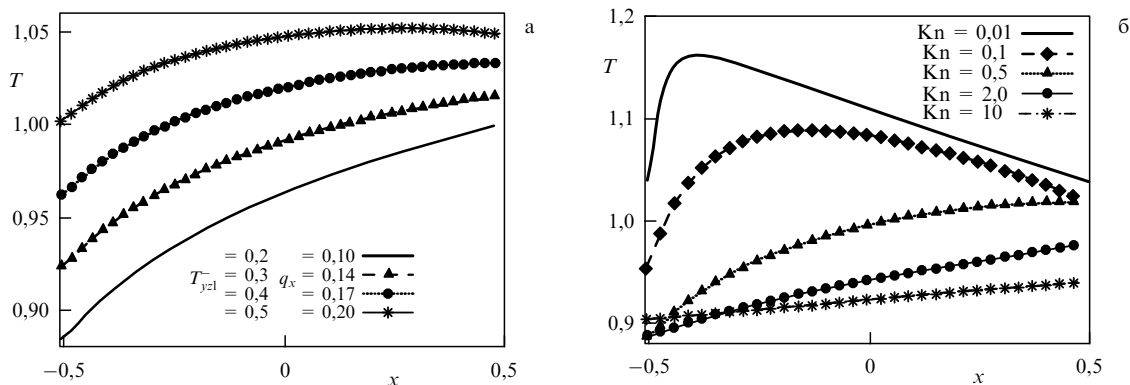


Рис. 3. (а) Профили температур для граничного условия (7) при $T_{x1}^- = 2$, $0,2 \leq T_{y21}^- \leq 0,5$, $\text{Kn} = 1$, (б) профили температур при $T_{x1}^- = 2$ и $T_{y21}^- = 0,2$ и различных значений числа Кн.

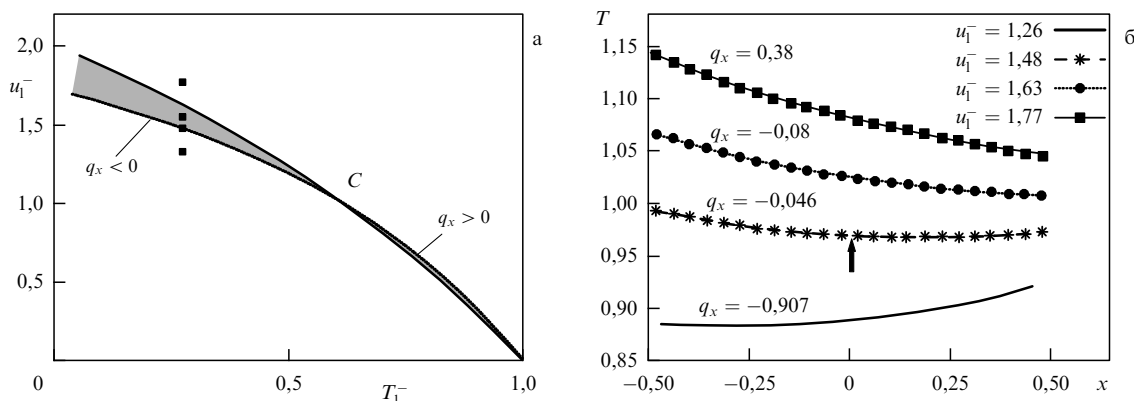


Рис. 4. Результаты расчёта теплопереноса для граничного условия (8). (а) Области значений продольной скорости u_1^- и температуры T_1^- при аномальном теплопереносе показаны серым цветом, (б) профили температуры между пластинами (над кривыми показаны значения теплового потока).

$q_x = -0,08$ значение $dT/dx < 0$ во всей области. Если значения u_1^- , T_1^- попадают на границу области, расчёты демонстрируют уменьшение градиента температуры и появление локального минимума внутри области течения $u_1^- = 1,48$, $q_x = -0,046$. Точка минимума температуры отмечена на рис. 4б стрелочкой. При значениях u_1^- , T_1^- , не принадлежащих области аномального теплопереноса, характер течения соответствует классическому теплопереносу, так, при $u_1^- = 1,26$, $q_x = -0,907$ температура возрастает во всей области, при $u_1^- = 1,77$, $q_x = 0,38$ температура убывает.

В [47] на основе модельного уравнения Шахова [2] демонстрируется возникновение аномального теплопереноса в одномерном течении в области, ограниченной мембраной и пластиной. Полученные оценки при свободномолекулярном режиме подтверждаются расчётами при различных значениях числа Кнудсена.

4. Неравновесное течение при неоднородной релаксации

Релаксационные задачи являются характерными для кинетической теории при изучении перехода от неравновесных состояний к равновесным. В традиционной постановке задачи об однородной релаксации предполагается отсутствие зависимости ФР от координат физического пространства. В начальный момент времени задаётся неравновесная ФР и определяется её переход к равновесию по времени. Новый класс задач описывает процессы релаксации в пространстве — задача о неоднородной релаксации (ЗНР) предложена и названа так в [48–50, 41]. В этой задаче в стационарном одномерном случае на границе области поддерживается неравновесная ФР со средней сверхзвуковой скоростью, соответствующей достаточно большому числу Маха. Исследуется её переход к равновесной функции вниз по потоку. Задание неравновесных граничных условий приводит к пространственной неоднородности макропараметров в течении.

В отличие от задачи о теплопередаче, где скорость массового потока равнялась нулю, в ЗНР поток вещества велик. Заметим, что при поддержании на границе равновесной ФР вниз по потоку эта ФР и все макропараметры не меняются, но нас такой тривиальный случай не интересует, мы рассматриваем неравновесность на границе.

В ЗНР имеется малый параметр, позволяющий провести разложение и получить аналитические связи (для некоторых молекулярных моделей), соответствующие неклассическому переносу. Важной проблемой для экспериментальной проверки эффектов является поддержание стационарных неравновесных граничных условий, т.е. создание фактора, препятствующего релаксации ФР на границе области. Современные технологии могут обеспечить такие процессы, что позволяет надеяться получить подтверждение обсуждаемых ниже эффектов. В настоящей работе в разделе 6 указаны задачи, обеспечивающие стационарное поддержание неравновесности на границе.

4.1. Неоднородная релаксация при сверхзвуковом режиме во всей области течения

Постановка ЗНР приводится в [50, 41] и формулируется следующим образом: рассматривается полупространство $x > 0$, на границе $x = 0$ задаётся неравновесная ФР $f(x = 0, \xi_x > 0) = F(\xi)$ и исследуется переход к равновесию. При релаксации заданной ФР к сверхзвуковому равновесию число молекул с отрицательными скоростями пренебрежимо мало, и граничное условие при $x = +\infty$ задаётся следующим образом:

$$f(+\infty, \xi) = 0, \quad \forall \xi_x \leq 0.$$

Решение ЗНР для режимов с большими числами Маха на входе и со сверхзвуковыми условиями на бесконечности более простое по сравнению с другими режимами, и именно в такой постановке аналитически для максвелловских молекул в случае уравнения Больцмана и для модельного уравнения БГК были выявлены аномальные соотношения переноса, которые затем численным моделированием были получены в более общих случаях. Результаты исследований отражены в [50–52, 41]. Заданная на границе ФР для сверхзвуковой средней скорости u_0 , соответствующей числу Маха $M > 3$, локализована в следующей области скоростного пространства:

$$\xi_x \in (u_0 - \Delta u_0, u_0 + \Delta u_0), \quad |\xi_y| \in \Delta u_0, \quad |\xi_z| \in \Delta u_0,$$

где Δu_0 — величина порядка нескольких тепловых скоростей, причём $u_0 - \Delta u_0 > 0$. Вне интервала $(u_0 - \Delta u_0, u_0 + \Delta u_0)$ ФР полагается равной нулю, что с учётом

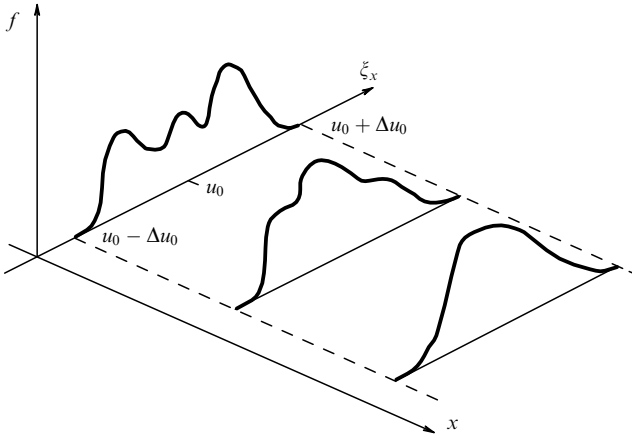


Рис. 5. Схема пространственной эволюции ФР в сверхзвуковом течении от неравновесного распределения на границе до равновесного распределения вниз по потоку.

быстрого убывания ФР при отклонении молекулярных скоростей от среднего значения вносит малую погрешность. Для наглядности на рис. 5 приведён эскиз изменения ФР в области решения в данной постановке.

Возможность аномального переноса показывается разложением стационарного кинетического уравнения в одномерном случае в окрестности средней скорости течения в ряд по малому параметру $\alpha = (\xi_x - u)/u$, имеющему тот же порядок величины, что и обратное число Маха $1/M$, так как $|\xi_x - u| \approx 3\sqrt{T}$ (полагаем, что реализуется режим, при котором $\alpha = \alpha(\xi_x) = (\xi_x - u_0)/u_0 < 1$, т.е. при достаточно большом числе Маха, где u_0 — средняя скорость граничной ФР). Предполагая далее непрерывную зависимость решения от правой части уравнения, получим соответствующие приближения функции распределения по α . Для ЗНР область пространственной неоднородности составляет несколько длин свободного пробега, т.е. характерное число Кнудсена задачи $Kn \sim 1$, и поэтому разложение ЧЭ не справедливо.

Стационарное одномерное уравнение Больцмана имеет вид (для простоты рассмотрения используется интеграл столкновений в форме БГК)

$$\xi_x \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{\tau} (f_M - f) = I(f),$$

где f_M — функция Максвелла, τ — время релаксации (в рассматриваемом простом случае можно положить эту величину постоянной, в более общей ситуации $1/\tau = p/\mu$, где p — давление, μ — коэффициент вязкости). Отсюда следует, что характерный масштаб задачи определяется величиной $u_0\tau$, равной по порядку длине свободного пробега, что соответствует $Kn \sim 1$. Заметим, что дальнейшие рассуждения также справедливы и для полного интеграла столкновений в случае максвелловских молекул. Разделим обе части уравнения на величину молекулярной скорости u , используя разложение для $1/\xi_x = 1/u_0(1 + \alpha(\xi_x))$ по малому параметру α , получим

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{u_0} (1 - \alpha + \dots + (-1)^n \alpha^n + \dots) I(f). \quad (9)$$

Рассматривая различные приближения в скобках, находим различные приближения уравнения (8), ФР и соответствующих макропараметров. В нулевом прибли-

жении:

$$\frac{\partial f^{(0)}}{\partial x} = \frac{1}{u_0\tau} (f_M^{(0)} - f^{(0)}). \quad (10)$$

Здесь $f_M^{(0)}$ — функция Максвелла в нулевом приближении, т.е. её макропараметры определяются по $f^{(0)}$. Это приближение соответствует уравнению для однородной релаксации, но аргументом здесь выступает не время, а физическая координата. Подчеркнём, что, в отличие от метода ЧЭ, нулевым приближением для данного разложения является неравновесная функция. Так как плотность, средняя скорость и температура здесь являются постоянными по пространству, то легко выписывается аналитическое решение (10) с учётом того, что $F(\xi) = f(x=0, \xi_x > 0)$

$$f^{(0)} = F(\xi) \exp\left(-\frac{x}{u_0\tau}\right) + f_M^{(0)} \left(1 - \exp\left(-\frac{x}{u_0\tau}\right)\right).$$

При этом компоненты вязкого напряжения и теплового потока имеют конечные значения на границе и исчезающе малые вниз по потоку. Нулевое приближение для ФР отличается от точного на величину порядка $O(\alpha)$, поскольку данный ряд является рядом Лейбница и ошибка приближения определяется первым из отбрасываемых членов. Соотношение, отвечающее потоку массы, выполняется точно, поскольку $n = n_0$, а $u = u_0$. При стремлении малого параметра к нулю решение выходит на релаксационное решение с единственной средней скоростью u_0 .

Для нахождения соотношений между макропараметрами рассмотрим уравнение (9) во втором приближении

$$\frac{\partial f^{(2)}}{\partial x} = \frac{1}{u_0} (1 - \alpha + \alpha^2) I(f^{(2)}). \quad (11)$$

Интегрируя (11) по скоростному пространству с учётом законов сохранения, для плотности получим

$$\frac{dn^{(2)}}{dx} = \frac{1}{u_0^3\tau} \int (\xi_x - u_0)^2 (f_M^{(2)} - f^{(2)}) d\xi + O(\alpha^3).$$

Учитывая консервативность интеграла столкновений, для градиента плотности и компоненты вязких напряжений p_{xx} имеем следующее соотношение:

$$\frac{dn^{(2)}}{dx} = -\frac{1}{u_0^3\tau} p_{xx}^{(2)} + O(\alpha^3),$$

или с учётом уравнения неразрывности получим для скорости

$$\frac{du^{(2)}}{dx} = \frac{u}{mu_0^3\tau} p_{xx}^{(2)} + O(\alpha^3). \quad (12)$$

Соотношение (12) является, по сути, уравнением переноса и может служить для замыкания системы моментных уравнений в одномерном случае при сверхзвуковых скоростях с большим числом Маха. Градиент скорости и компонента тензора неравновесных напряжений здесь связаны линейно, как и в известных соотношениях Ньютона–Стокса, однако знаки в обеих частях одинаковы. Выведем аналогичное уравнение для переноса тепла. Для

этого проинтегрируем правую и левую часть (11) с весом $(\xi_x - u)^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2$ и, учитывая, что

$$\frac{dn^{(2)}}{dx} T^{(2)} = O(\alpha^2),$$

получим

$$\frac{dT^{(2)}}{dx} = \frac{2}{3nu_0^2\tau} q_x^{(2)} + O(\alpha^2). \tag{13}$$

Видно, что знаки у градиента температуры и теплового потока, в отличие от соотношения Фурье, одинаковы. Значит, уравнения переноса (12), (13) с точностью до α^2 записываются следующим образом (для простоты записи опускаем здесь верхние индексы):

$$p_{xx} = \mu_U \frac{du_x}{dx}, \tag{14}$$

$$q_x = \lambda_U \frac{dT}{dx}, \tag{15}$$

где $\mu_U = n_0 u_0^2 \tau$, $\lambda_U = 3n_0 u_0^2 \tau / 2$.

В случае полного уравнения Больцмана с максвелловскими молекулами (см. [50]) эти коэффициенты имеют вид

$$\mu_U = u_0^2 m \frac{(m/8K)^{1/2}}{6A},$$

$$\lambda_U = 3ku_0^2 \frac{(m/8K)^{1/2}}{8A},$$

где m — масса молекулы, A, K — некоторые константы. Для других молекулярных моделей замкнутой формы уравнений переноса получить не удаётся, и для решения задачи релаксации используется численное моделирование, хотя можно попытаться написать, по аналогии с (14), (15), такие же приближённые соотношения и здесь.

Найденные зависимости проверялись различными способами, в частности, в [53] были получены достаточные условия выполнения (14), (15). Было найдено, что при числах Маха M_0 , удовлетворяющих условиям

$$M_0 > \max(M_1, M_2), \quad M_1 = 3\sqrt{\frac{3T_0}{5}} \sqrt[3]{\frac{u_0^2 C}{6|q_x|}},$$

$$M_2 = \sqrt{\frac{3T_0}{5}} \sqrt[4]{\frac{54u_0^3 D}{|p_{xx}|}}, \quad C = \text{const}, \quad D = \text{const},$$

аномальные условия переноса выполняются.

Численные расчёты уравнения Больцмана [51] для одноатомного газа со взаимодействием молекул по закону твёрдых сфер для различных неравновесных ФР на границе, заданных в виде суперпозиции двух функций Максвелла $f(n, u, T)$ (значения поперечных компонент скорости равны нулю и для краткости опущены), подтвердили возникновение аномального переноса. При некоторых параметрах неравновесных граничных условий прогрев или охлаждение газа в области вниз по потоку сопровождается значительным изменением температуры (40–50 %) [52]. Для подтверждения результатов применялся и метод прямого статистического моделирования (ПСМ) [54]. На рисунке 6 показаны профили макропараметров, полученных при задании на границе

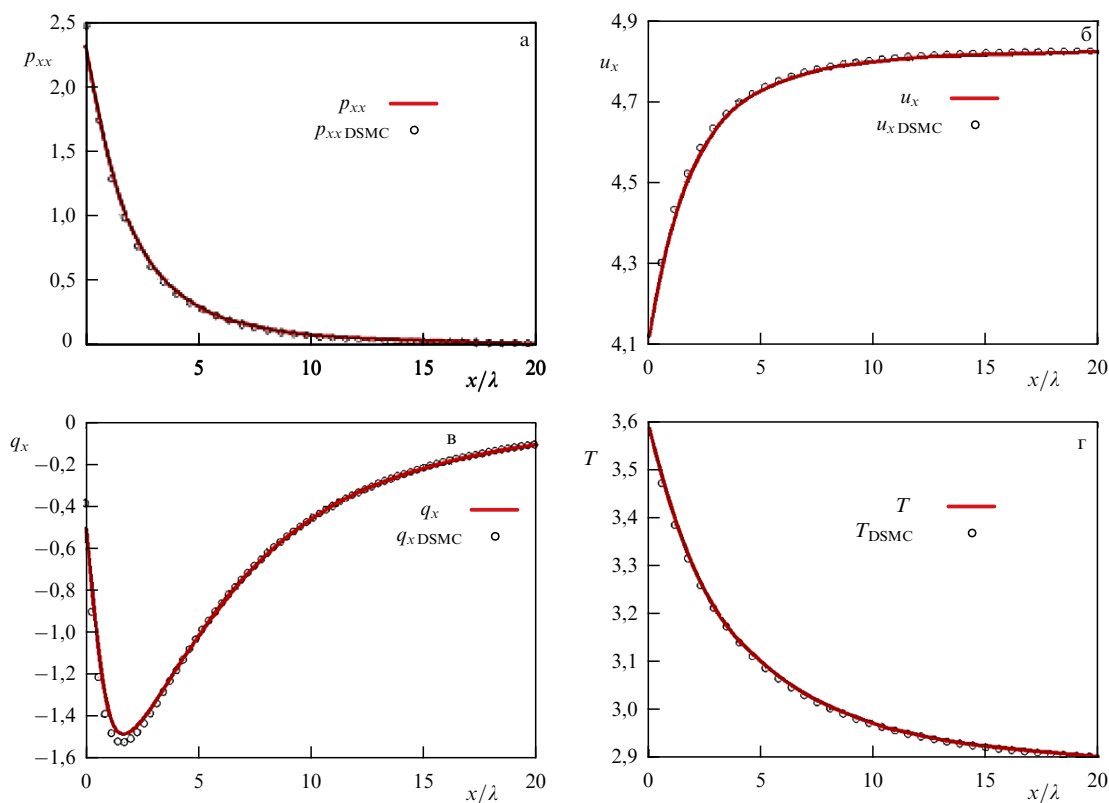


Рис. 6. Расчёт ЗНР с использованием DSMC и прямого интегрирования уравнения Больцмана. Профили (а) компоненты тензора вязких напряжений p_{xx} , (б) скорости u_x , (в) теплового потока q_x и (г) температуры T , кружки — решение методом ПСМ, сплошные линии — решение уравнения Больцмана.

области неравновесной ФР $F(0, \xi) = F_M(1,5, 2,5, 1,0) + F_M(0,5, 6,0, 1,0)$, число Маха на границе $M = 2,32$.

Численные эксперименты с использованием модели БГК показали, что вид оператора столкновений оказывает слабое влияние на качественный характер неравновесного (отличающегося от континуального) поведения компонент теплового потока и тензора вязких напряжений.

4.2. Неоднородная релаксация в сложных режимах

Неравновесное полностью сверхзвуковое течение в указанной выше ЗНР представляет собой простую открытую систему, описываемую с помощью кинетических методов. Такую неравновесную открытую систему можно назвать диссипативной структурой (понятие, введённое И. Пригожиным для описания неравновесных открытых систем). Изучение процессов в таких системах интересно и в теоретическом смысле, и в связи с появлением новых практических приложений. В настоящее время большинство известных примеров построения диссипативных структур связано с макроскопическим подходом. Однако рассмотрение неклассических явлений на более детальном микроуровне с использованием кинетического описания представляется чрезвычайно важным. Например, ЗНР была исследована в линейной постановке [18], что позволило использовать приближение полиномами Эрмита. Даже в линейном случае небольшого отклонения от равновесия граничных условий выявляется аномальный перенос.

Численные эксперименты ЗНР для смесей простых газов и молекулярных газов показали возникновение областей с аномальным переносом тепла и напряжений [55–56].

С физической точки зрения больший интерес представляет изучение ЗНР в одномерном случае для простого однокомпонентного газа, но с режимами, более сложными (см. [51]), чем описанные в предыдущем разделе.

Параметры равновесной ФР вниз по потоку: плотность ρ_{eq} , скорость u_{eq} , давление p_{eq} — определяются из законов сохранения. При равновесии тепловой поток и компоненты тензора вязких напряжений равны нулю, поэтому получим

$$\begin{aligned} \rho_{eq} u_{eq} &= \rho_0 u_0 = C_0, \\ p_{eq} + \rho_{eq} u_{eq}^2 &= p_0 + \rho_0 u_0^2 + p_{xx0} = C_1, \\ C_0 \left[\frac{\gamma p_{eq}}{(\gamma - 1) \rho_{eq}} + 0,5 u_{eq}^2 \right] &= \\ &= C_0 \left[\frac{\gamma p_0}{(\gamma - 1) \rho_0} + 0,5 u_0^2 + \frac{p_{x0}}{\rho_0} + \frac{q_{x0}}{C_0} \right] = C_2, \end{aligned} \quad (16)$$

где ρ_0 , u_0 , p_0 , q_{x0} , $p_{x0} = P_{xx0} - p_0$ — соответственно плотность, скорость, давление, тепловой поток и компонента тензора вязких напряжений на границе при $x = 0$, C_0 , C_1 , C_2 — константы движения, $\gamma = 5/3$ — показатель адиабаты. Решение системы (16) даёт

$$u_{eq} = \frac{\gamma C_1}{(\gamma + 1) C_0} \pm \sqrt{\left(\frac{\gamma C_1}{(\gamma + 1) C_0} \right)^2 - \frac{2(\gamma - 1) C_2}{(\gamma + 1) C_0}}, \quad (17)$$

$$p_{eq} = C_1 - C_0 u_{eq}.$$

Если подкоренное выражение в (17) и p_{eq} неотрицательны, то существуют два равновесных решения при заданных макропараметрах на границе $x = 0$. Эти два решения удовлетворяют соотношениям Рэнкина – Гюгонио: одно соответствует дозвуковому режиму, второе — сверхзвуковому. Наличие двух равновесных режимов позволяет рассматривать различные постановки данной задачи. Подчёркнём сходство и отличие от более простой хорошо известной постановки задачи об ударной волне.

Рассмотрим случай, когда величина скорости u_0 , определённая по функции распределения, заданной при $x = 0$, является сверхзвуковой. Если ФР $f(x = 0, \xi)$ — равновесная, то сверхзвуковое решение (16) соответствует однородному по пространству равномерному потоку с параметрами $u_{eq} = u_0$, $\rho_{eq} = \rho_0$, $p_{eq} = p_0$. Второе решение реализует дозвуковой режим при $x_{eq} = x_\infty$ с параметрами $u_{eq} = [u_0(\gamma - 1) + 2\gamma p_0 / C_0] / (\gamma + 1)$, $\rho_{eq} = C_0 / u_{eq}$, $p_{eq} = C_1 - C_0 u_{eq}$ и представляет профиль ударной волны.

Если ФР на границе задана неравновесной, то макропараметры при $x_{eq} = x_\infty$ в случае сверхзвукового решения отличаются от ρ_0 , u_0 , p_0 и возникает некоторое новое решение, описывающее переход к равновесию. Как показывают численные эксперименты, это решение обладает специфически кинетическим поведением и связи компонент тензора вязких напряжений и теплового потока с градиентами скорости и температуры существенно отличаются от принятых в континуальных режимах законах Стокса (Ньютона) и Фурье.

Соотношения (16), (17) связывают граничные условия на правом конце интервала вниз по потоку с параметрами течения на входе при $x = 0$. Причём значения равновесных макропараметров при $x_{eq} = x_\infty$ в случае произвольно заданной неравновесной ФР при $x = 0$ можно найти только в ходе решения задачи, так как ФР при $\xi_x < 0$, необходимая для вычисления интегралов по всему скоростному пространству для определения макропараметров ρ_0 , u_0 , p_0 , q_{x0} , p_{xx0} на входе, априори неизвестна.

Рассмотрение ЗНР для сверхзвукового случая с граничной неравновесной ФР, соответствующей умеренным значениям числа Маха ($M < 3$) [51] и заданной в виде суперпозиции двух максвеллианов $f(\xi) = f_M(n_1, u_1, T_1) + f_M(n_2, u_2, T_2)$, также показало возможность получения аномальных эффектов переноса. При умеренных числах Маха граничная на бесконечности ФР для отрицательных скоростей уже не может быть заданной равной нулю, и параметры равновесной функции определяются из соотношений (16), (17) в процессе решения задачи. Многочисленные примеры численных решений показали образование областей аномальности при умеренных сверхзвуковых режимах граничной ФР.

Рассмотрим задачу с неравновесными граничными сверхзвуковыми условиями на входе и с дозвуковым условием на выходе. В данном случае постановка задачи близка к задаче о структуре ударной волны. Отличие состоит в том, что условия на выходе ρ_{eq} , u_{eq} , p_{eq} определяются в ходе решения по значениям ρ_0 , u_0 , p_0 , q_{x0} , p_{xx0} из (17) с использованием дозвукового решения. В этом случае реализуется ударный переход. Однако в узкой области около границы наблюдается аномальное поведение неравновесных моментов. Интересно отметить, что в области около границы происходит релаксация к равновесию со сверхзвуковыми параметрами, а затем ударный переход к дозвуковому течению, т.е. вначале происходит переход на сверхзвуковую ветвь, а затем на дозвуковую.

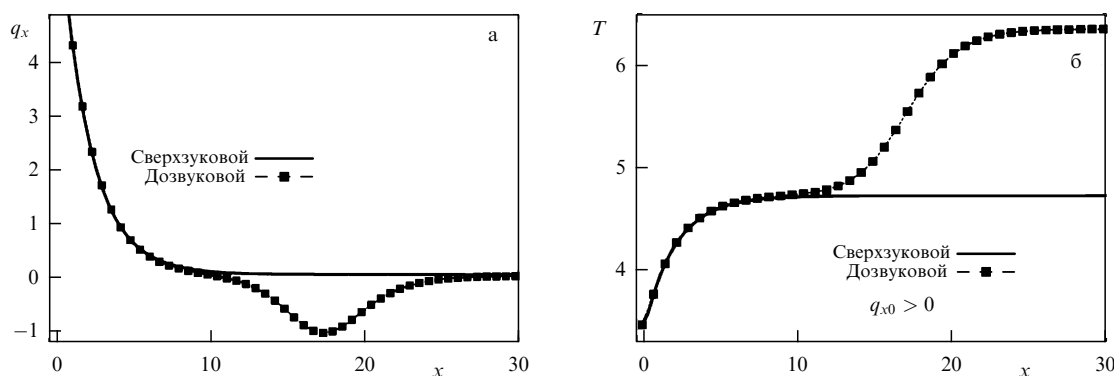


Рис. 7. Профили макропараметров в ЗНР с дозвуковыми и сверхзвуковыми граничными условиями на выходе при $q_{x0} > 0$: (а) тепловой поток q_x , (б) температура T .

При этом оказывается, что интенсивность ударной волны увеличивается при $q_{x0} < 0$ и падает при $q_{x0} > 0$. Таким образом, неравновесное условие на границе может изменять интенсивность ударного перехода. Аномальное поведение неравновесных моментов сохраняется в области около входа, где решение стремится к сверхзвуковому равновесному течению. В области ударного перехода аномальность поведения неравновесных моментов отсутствует, так как здесь $p_{xx} du/dx < 0$ и $q_x dT/dx < 0$. Профили тепловых потоков и температур при дозвуковых и сверхзвуковых условиях и одной и той же неравновесной функции на входе, соответствующей $M = 1,5$, показаны на рис. 7 при $q_{x0} > 0$.

В отличие от сверхзвукового граничного условия на входе, решение в случае дозвукового условия зависит от продолжения функции распределения при $x = 0$ на область отрицательных скоростей в начальный момент. Таким образом, стационарное решение оказывается не единственным, и данная постановка задачи требует особого изучения.

В многомерном случае аномальность переноса тепла определяется так: $(\mathbf{q}\nabla T) > 0$ (т.е. проекция вектора теплового потока на направление вектора градиента температуры больше нуля).

Исследование двумерного истечения сверхзвуковой струи из щели в вакуум с неравновесными граничными условиями на входе показывает возникновение областей с аномальным теплопереносом. Определение аномальности переноса вязких напряжений в многомерном случае более сложное, и оно не проводится.

5. Обнаружение аномального переноса при обтекании тел

В данной и следующей главах приводятся результаты моделирования более сложных (двумерных) течений, в которых обнаруживаются области неклассического переноса. Изучаются режимы в широком диапазоне параметра разреженности (числа Кнудсена) как в неограниченных, так и в замкнутых областях. Течения в ограниченных областях интересны тем, что здесь могут изучаться различные варианты открытых систем.

При исследовании обтекания тела сверхзвуковым потоком разреженного газа основное внимание уделяется окрестности за телом, где формируется неравновесное распределение, которое далее вниз по потоку приближается к равновесному. С некоторым приближением

можно полагать, что течение в данной области соответствует условиям задачи о неоднородной релаксации.

Рассмотрим классическую задачу обтекания сверхзвуковым потоком бесконечной (по оси z) плоской пластины нулевой толщины и безразмерной длины $L = 1$, расположенной при $-0,5 < x < 0,5, y = 0$. Это двумерное течение достаточно подробно изучалось численно решением уравнения Больцмана с полным или модельным интегралом столкновений и методом ПСМ [57–60]. Однако тепловые потоки при этом исследованы не были. Детальное изучение поведения теплового потока и градиента температуры при числах Маха $M > 2$ и умеренных числах Кнудсена с использованием решения полного уравнения Больцмана и метода ПСМ в [61] обнаруживает аномальный теплоперенос за пластиной.

В этом исследовании набегающий поток имеет вид ФР Максвелла с безразмерными параметрами: $n = T = 1$, $u = (M\sqrt{\gamma T/2}, 0, 0)$, где $\gamma = 5/3$ — показатель адиабаты. Взаимодействие молекул с поверхностью пластины предполагается диффузным с температурой пластины $T_{\text{wall}} = 1$, скорость потока на бесконечности и параметр разреженности задаются в диапазонах $2 \leq M \leq 4$ и $1 \leq \text{Kn} \leq 10$ соответственно.

Условием аномального теплового переноса является положительность косинуса угла между векторами теплового потока и градиента температуры, $(\cos \alpha = (\mathbf{q}\nabla T)/(|\mathbf{q}||\nabla T|) > 0)$, что выполняется при $\alpha < 90^\circ$. В этом случае проекция вектора теплового потока на направление градиента температуры $q \cos \alpha$ и ∇T имеют одно и то же направление, что соответствует аномальному переносу тепла. Из рисунка 8, на котором представлено поле $\cos \alpha$ при $\text{Kn} = 10, M = 3$, можно видеть

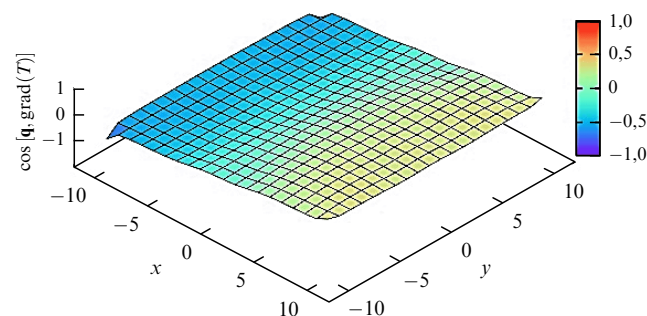


Рис. 8. Поле косинуса угла между векторами теплового потока и градиента температуры. Положение центра пластины $x = 0, y = 0$.

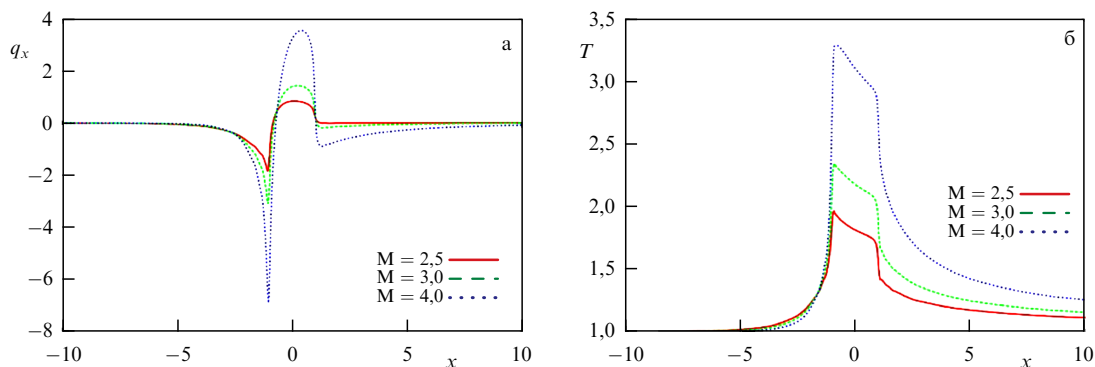


Рис. 9. Обтекание пластины при $\text{Kn} = 1$ при различных числах Маха вблизи линии симметрии. Профили (а) компоненты теплового потока q_x и (б) температуры T . Центр пластины расположен при $x = 0$.

большую область с неклассическим переносом за пластиной (жёлтый цвет на рисунке).

Обобщение соотношений (14), (15), полученных в случае одномерной ЗНР (раздел 4), между тепловым потоком и градиентом температуры на многомерный случай представляется очень сложным, и эта проблема пока не решена. Предположение выполнения аналогичных равенств для каждой координатной оси и замыкание с их помощью моментных уравнений возможно только при $\alpha = 0$ ($\cos \alpha = 1$). Однако класс таких течений будет достаточно узким, так как введённое условие аномального теплопереноса $\alpha < 90^\circ$ определяет область, в которой проекции векторов \mathbf{q} и ∇T не на все координатные направления могут иметь аномальные соотношения. Получение условий в многомерном случае нарушения закона Ньютона – Стокса для компонент тензора вязких напряжений и скоростей сдвига является ещё более сложной задачей.

Поэтому представляет интерес анализ поведения температуры T и компоненты теплового потока q_x на оси симметрии, где $q_y = 0$ и $dT/dy = 0$. Из рисунка 9, где представлены профили q_x и T для $\text{Kn} = 1$ и различных чисел Маха, видно, что за пластиной компоненты теплового потока и градиента температуры отрицательны и аномальный перенос становится более выраженным с увеличением числа Маха.

6. Исследование аномального переноса в течениях с граничными условиями "мембранного типа"

Исследования в области новых технологий, связанных с изготовлением и использованием мембран на микро- и наномасштабах, являются одним из перспективных направлений в настоящее время. Становится возможным изучение явлений, которые ранее были недоступны для экспериментального анализа. Изучению пористых структур и мембран посвящено большое число работ (см., например, [62–67]). Наномеханические мембраны представляются особенно важными, они могут быть смоделированы и изготовлены с высокой степенью контроля и точности, прежде всего это относится к точности создания мембранных пор, что позволяет сопоставлять теоретические и экспериментальные результаты. Например, они применяются в системах определения массы, напряжения, создания непроницаемого барьерного слоя. Такие структуры могут оказаться интересными из-за их возможной роли в генерации аномальных процессов пе-

реноса в областях, ограниченных мембранными поверхностями.

Приближение, которое моделирует взаимодействие молекул с пористой средой, предполагает отказ от условия непротекания. При этом рассматриваются как простые граничные условия, когда выходящие из области молекулы не взаимодействуют (или взаимодействуют слабо) с проникающими в область частицами, так и более реалистичные условия "мембранного типа", учитывающие отражение от пор мембраны и вероятность прохождения через пористую среду [68].

В качестве примера течения с простым граничным условием приведём результаты численного моделирования двумерного плоского стационарного течения в квадратной области $-0,5 \leq x \leq 0,5$, $-0,5 \leq y \leq 0,5$, ограниченной мембранами. На границах области, т.е. на каждой из сторон квадрата, задаётся ФР по скоростям входящих молекул, которая может быть как равновесной, так и неравновесной, при этом предполагается, что молекулы, достигающие поверхности изнутри области, поглощаются мембраной и не влияют на распределение входящих в область молекул [69]. Неравновесная ФР задаётся в виде суперпозиции двух максвеллианов с различными параметрами.

Из рисунка 10, где показано значение $\cos \alpha = (\nabla T, \mathbf{q}) / (|\nabla T| |\mathbf{q}|)$ для течения внутри области при

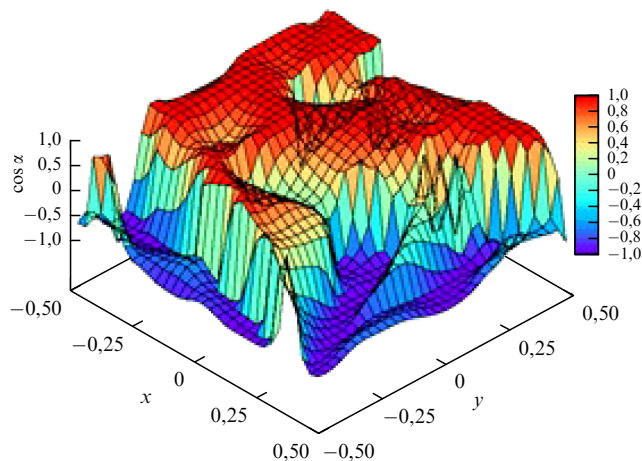


Рис. 10. Моделирование двумерного течения в квадратной области с неравновесными граничными условиями: величина $\cos \alpha = (\nabla T, \mathbf{q}) / (|\nabla T| |\mathbf{q}|)$, $\text{Kn} = 1$. Классическая теплопередача соответствует $\cos \alpha = -1$.

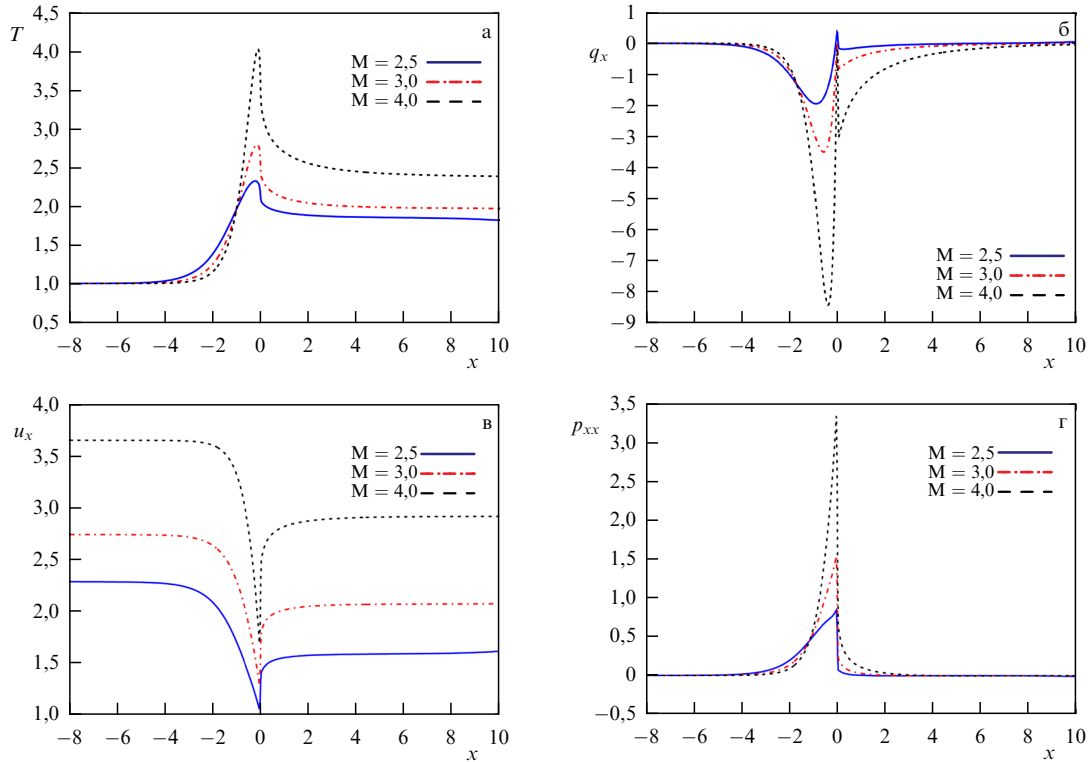


Рис. 11. Течение через бесконечно тонкую мембрану с проницаемостью $p_0 = 0,9$ при числах Маха $M = 2,5, 3, 4$. Профили (а) температуры T , (б) компоненты теплового потока q_x , (в) компоненты скорости u_x , (г) компоненты тензора вязких напряжений p_{xx} .

$Kn = 1$, виден аномальный перенос тепла ($\cos \alpha > 0$). При уменьшении числа Кнудсена, как показывают проведённые численные эксперименты, зоны аномального переноса тепла сужаются и локализуются около границ области, а для больших значений числа Кнудсена они распространяются практически на всю область.

Моделирование более реалистичных граничных условий "мембранного" типа рассматривается с использованием двух вариантов взаимодействия молекул с порами мембраны [70].

Бесконечно тонкая мембрана. В этом случае поверхность содержит множественные поры. Если молекула газа попадает в пору, то проходит мембрану насквозь без изменения скорости, в противном случае молекула отражается от поверхности по диффузному закону. Отношение площади пор к полной площади мембраны определяет проницаемость p_0 , т.е. вероятность прохождения молекул сквозь мембрану.

Мембрана конечной толщины. В данном случае вероятность p_0 для молекулы попасть в пору определяется так же, как и для бесконечно тонкой мембраны. При этом если молекула попала в пору, то она может с вероятностью p_p пройти насквозь без столкновений, или столкнуться со стенкой с вероятностью $1 - p_p$. Естественно предположить, что вероятность p_p зависит от молекулярной скорости и возрастает с увеличением отношения нормальной (к поверхности мембраны) компоненты скорости ξ_n^2 к тангенциальной ξ_τ^2 . Рассматриваются следующие зависимости p_p :

$$p_p = \sqrt{\frac{\xi_n^2}{\xi_n^2 + \xi_\tau^2}}, \quad (18)$$

$$p_p = \frac{1}{\pi} (2\alpha - \sin 2\alpha), \quad (19)$$

$$\begin{cases} \alpha = \arccos\left(\frac{H}{D} \frac{\xi_\tau}{\xi_n}\right), & \frac{H}{D} \frac{\xi_\tau}{\xi_n} < 1, \\ 0, & \frac{H}{D} \frac{\xi_\tau}{\xi_n} \geq 1. \end{cases}$$

В (18) вероятность p_p равна косинусу угла между нормалью к поверхности и вектором молекулярной скорости, в (19) p_p определяет вероятность частицы пройти без столкновений цилиндрическую пору диаметра D и мембрану толщины H .

Влияние условий "мембранного" типа на течение моделируется следующими постановками в одномерной геометрии.

Вариант 1. Течение сквозь плоскую мембрану, расположенную нормально к потоку газа. Граничное условие для ФР ставится на достаточно большом расстоянии от мембраны, где влияние частиц, отражённых от мембраны в направлении против потока, пренебрежимо мало. ФР по скоростям молекул, входящих в область перед мембраной, задаётся в виде $f = f_M(n_0, u_0, T_0)$ со следующими безразмерными параметрами: $n_0 = T = 1$, $u_0 = (M\sqrt{\gamma T/2}, 0, 0)$. Проницаемость мембраны предполагается достаточно высокой $p_0 > p_{cr}$ (p_{cr} — критическое значение проницаемости, зависящее от числа Маха набегающего потока и модели мембраны), что гарантирует отсутствие ударной волны перед мембраной, создаваемой обратным потоком отражённых частиц.

Из рисунка 11, где показаны профили макропараметров для различных значений числа Маха M и проницаемости $p_0 = 0,9$ (мембрана находится в точке $x = 0$), видно возникновение области аномального переноса

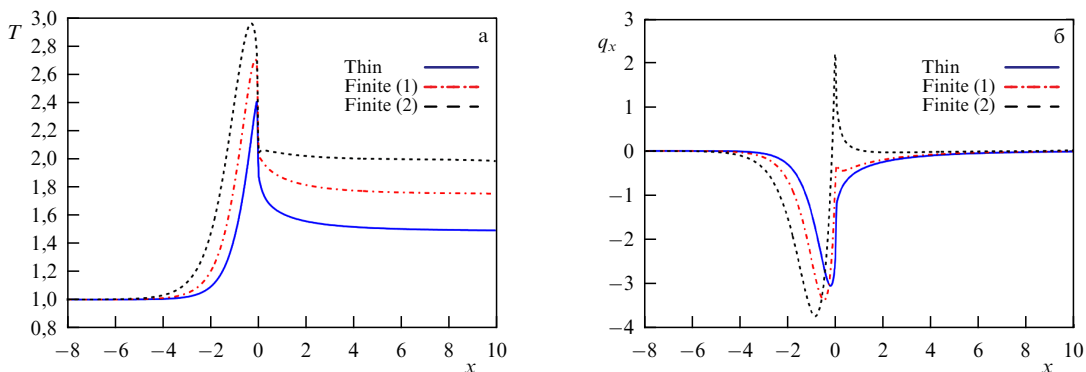


Рис. 12. Сравнение различных моделей мембраны ($p_0 = 0,95$, $M = 3,0$): бесконечно тонкая мембрана, мембрана конечной толщины (16), мембрана конечной толщины (17) при $H/D = 0,1$. Профили (а) температуры T , (б) компоненты теплового потока q_x .

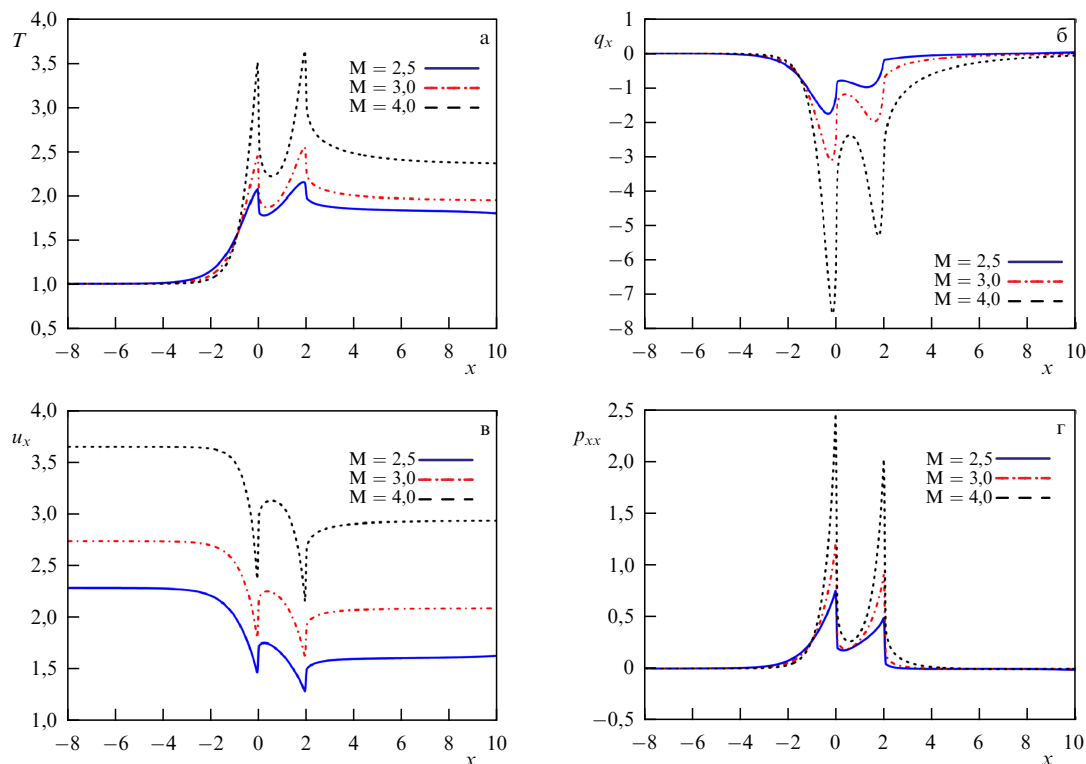


Рис. 13. Течения для $M = 2,5, 3, 4$, координаты мембран $x = 0$ и $x = 2$. Профили (а) температуры T , (б) компоненты теплового потока q_x , (в) компоненты скорости u_x , (г) компоненты тензора вязких напряжений p_{xx} .

тепла и импульса ($q_x \partial T / \partial x > 0$ и $p_{xx} \partial u_x / \partial x > 0$) за мембраной при всех рассматриваемых значениях числа Маха.

Влияние толщины мембраны на перенос тепла и импульса для набегающего потока при $M = 3$ представлен на рис. 12, где показаны макропараметры для трёх моделей мембран: бесконечно тонкой и конечной толщины со значением вероятности p_p (16), $p_0 = 0,95$ и p_p (17) при $H/D \leq 0,1, p_0 = 0,9$.

Из рисунка 12 видно, что ширина температурного профиля перед мембраной больше для моделей с мембраной конечной толщины и объясняется большим количеством молекул, отражённых от поверхности мембраны навстречу входящему потоку. В потоке за мембраной конечной толщины с вероятностью p_p (17) отсутствует аномальный перенос, в отличие от течения сквозь бесконечно тонкую мембрану и мембрану с p_p (16). Это отличие можно объяснить релаксацией газа на стенках

мембранных пор, из-за чего состояние газа приближается к равновесному.

Вариант 2. Течение с прохождением двух бесконечно тонких мембран. В данном случае $p_0 = 0,95$, расстояние между мембранами равно двум длинам свободного пробега, при этом эффективная проницаемость системы из двух мембран приблизительно равна 0,9. Из рисунка 13 видно, что для всех чисел Маха за каждой из мембран есть области аномального переноса тепла и вязких напряжений, где $q_x \partial T / \partial x > 0, p_{xx} \partial u_x / \partial x > 0$.

Отметим, что в обоих рассмотренных вариантах (одиночная мембрана и пара мембран) тепловой поток вблизи мембраны и за ней в несколько раз по абсолютной величине превышает значения теплового потока, вычисленного по закону Фурье.

Примером течения в двумерной геометрии является сверхзвуковой поток через решётку, образуемую бесконечными (по оси z) цилиндрическими стержнями с

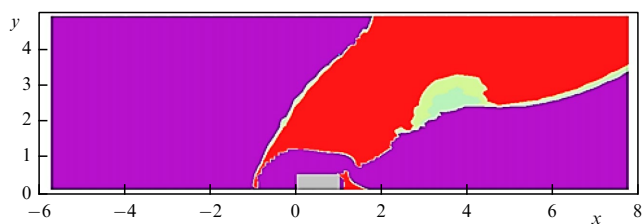


Рис. 14. Поток через решётку, поле $\cos \alpha$, $M = 4$, $Kn = 2$. Фиолетовый цвет соответствует диапазону величины $[-1, -0,1]$, красный цвет — $[0,1, 1]$, остальные цвета — $[-0,1, 0,1]$.

квадратным сечением в плоскости (x, y) с границами сечения, параллельными осям, центральные линии стержней эквидистантны и копланарны. ФР по скоростям молекул задаётся равновесной $f = f_M(n_0, u_0, T_0)$ со следующими безразмерными параметрами: $n_0 = T = 1$, $u_0 = (M\sqrt{\gamma T/2}, 0, 0)$. Отражение частиц от поверхности решётки предполагается диффузным с температурой поверхности $T_w = 1$. В качестве характерного масштаба задачи выбрана сторона квадрата d . Предполагается, что решение периодическое с периодом решётки $2H$, который связан с d значением геометрической проницаемости решётки $p_0 = 1 - d/2H$. Оптимальные значения $p_0 = 0,9 - 0,95$, как показывают численные эксперименты, гарантируют отсутствие ударной волны в обратном потоке отражённых от поверхностей частиц. Такую решётку можно рассматривать как высокопроницаемую мембрану (в реальности она должна обладать высокой прочностью для использования в экспериментах). При изучении неравновесного течения, возникающего в результате взаимодействия сверхзвукового потока с решёткой, для получения надёжных результатов численный эксперимент проводится с помощью прямого решения уравнения Больцмана и метода ПСМ, данные результаты приведены в [62]. Рассматриваются числа Кнудсена $Kn = 1 - 5$ при числе Маха набегающего потока $M = 4$.

Образующаяся зона аномального переноса (при числе Кнудсена $Kn = 2$) между стержнями в области полу-периода показана на рис. 14. В результате взаимодействия сверхзвукового потока с пластиной или решёткой возникает неравновесное течение, стремящееся к равновесному вниз по потоку. На рисунках 15, 16 показано, как происходит релаксация ФР. Несмотря на двугорбый вид ФР на рис. 15 (эти точки лежат на нижней границе рис. 14), неклассический перенос в данной области практически отсутствует (данный вопрос требует особого рассмотрения, но ясно, что не всегда даже сильно неравновесное распределение приводит к аномальному переносу).

Для некоторых значений координаты y имеются зоны выраженного аномального теплопереноса, что отчётливо заметно при $y = 5,0$ (см. рис. 14). Здесь в области между элементами решётки при $2 < x < 8$ соответствующие компоненты градиента температуры и теплового потока отрицательны.

7. Соответствие второму началу термодинамики, неравновесная энтропия, перспективы экспериментального подтверждения

Полученные результаты заставляют обратиться к вопросу о соответствии их второму началу термодинамики. Надо сразу заметить, что рассматриваемые эффекты отвечают неравновесным течениям, а второе начало формулируется для равновесных условий. Существует несколько в принципе эквивалентных формулировок второго начала. Вначале приведём формулировку Клаузиуса – Томсона о невозможности самопроизвольной передачи тепла от холодного тела к горячему. Клаузиус: "Тепло не может само по себе перейти от тела менее нагретого к телу более нагретому" (уточнение Томсона: "Невозможно перенести тепло от более холодного тела к более нагретому без компенсации, т.е. не изменив при

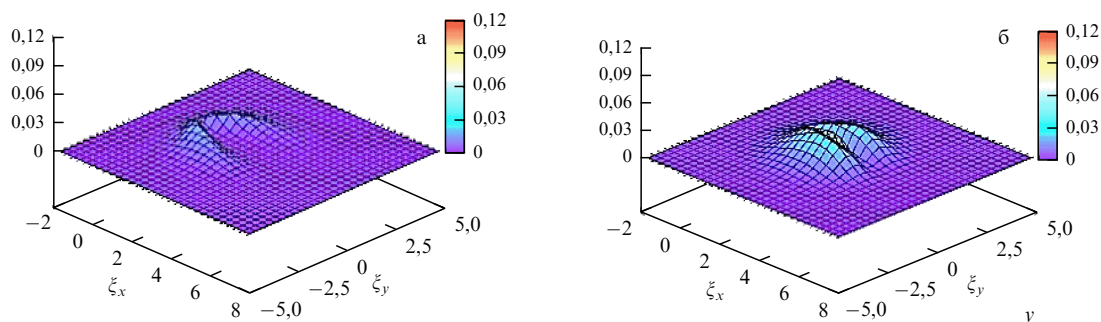


Рис. 15. ФР в задаче течения через решётку на линии симметрии за элементами решётки при $M = 4$, $Kn = 2$: $y = 0$; (а) $x = 1,5$, (б) $x = 5,5$.

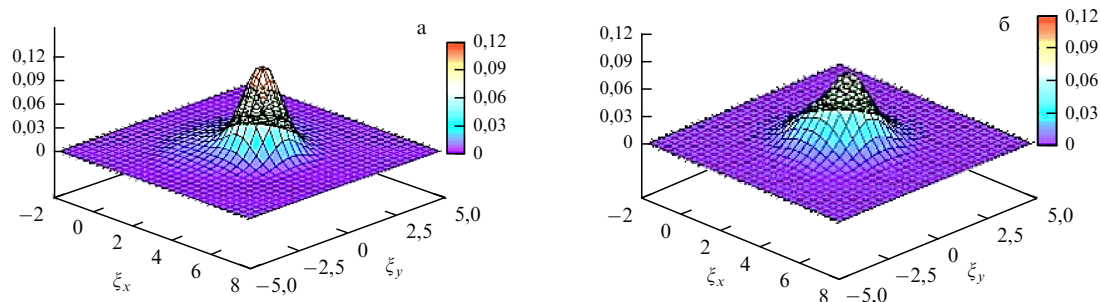


Рис. 16. ФР в задаче течения через решётку на линии симметрии между элементами решётки при $M = 4$, $Kn = 2$: $y = 5,0$; (а) $x = 1,5$, (б) $x = 5,5$.

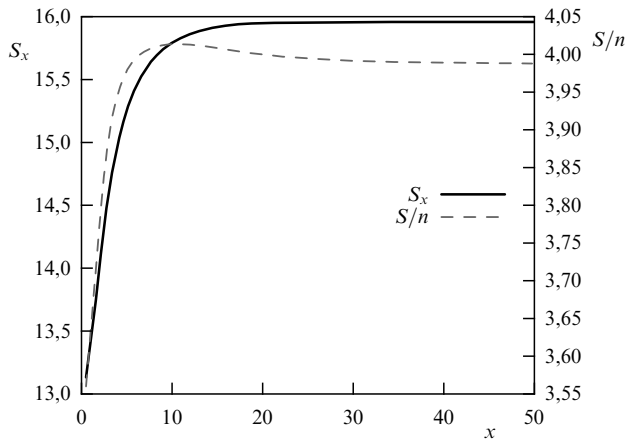


Рис. 17. Профили приведенной энтропии S/n и потока энтропии S_x в ЗНР.

этом самой системы и окружающих её тел¹¹). Представленные эффекты не противоречат такой формулировке в изучаемых задачах: для течения тепла из холодной зоны в горячую требуется поддержание неравновесного распределения, что означает затрату энергии (и возрастание суммарной энтропии).

При использовании кинетической теории важна вероятностная формулировка Больцмана о переходе от состояния с меньшей статистической энтропией к состоянию с большей энтропией в замкнутой системе. Справедливость такой формулировки, соответствующей Н-теореме, проверялась непосредственно в расчётах в одномерных и двумерных течениях. Таким образом, в такой более широкой формулировке второе начало сохраняет прежний вид, но надо обращать внимание на его правильную трактовку для неравновесных состояний.

На рисунке 17 показаны графики из [52], где решалась задача о неоднородной релаксации (ЗНР). На левой границе для входящих в область молекул задаётся неравновесная ФР в виде суперпозиции двух максвеллианов в следующем виде: $F(0, \xi) = F_M(0,5, 1,0, 0,5) + F_M(0,7, 5,0, 0,5)$. Приведены профили приведенной энтропии S/n (n — плотность) и потока энтропии S_x . Здесь энтропия определяется как $-H$ -функция с множителем, равным постоянной Больцмана, в соответствии с (3) получаем: $S = -k_B H = -k_B \int f \ln f d\xi$, поток энтропии $S_x = -k_B H_x = -k_B \int \xi_x f \ln f d\xi$. Следует сделать следующее замечание. В кинетической теории, в статистической физике понятие энтропии применяется для любых, не только равновесных, состояний. Мы следуем традиционному определению энтропии в физике. Например, в [71, с. 43] она задаётся как соответствующая сумма, в [72, с. 67] — в виде интеграла (аналогично тому как приведено выше, но в [72] интегрирование ведётся по фазовому пространству, а у нас только по скоростям, поэтому имеется зависимость $S(x)$). H -функция (не-энтропия) определяется в формулах (3), где вводятся моменты от ФР. При переходе к режиму сплошной среды к равновесной ФР статистическим образом определяемая энтропия переходит в известное выражение энтропии для газовой динамики с точностью до множителя, равного плотности. Приведённая энтропия S/n на рис. 17 на бесконечности справа асимптотически переходит в выражение для равновесной газодинамической энтропии.

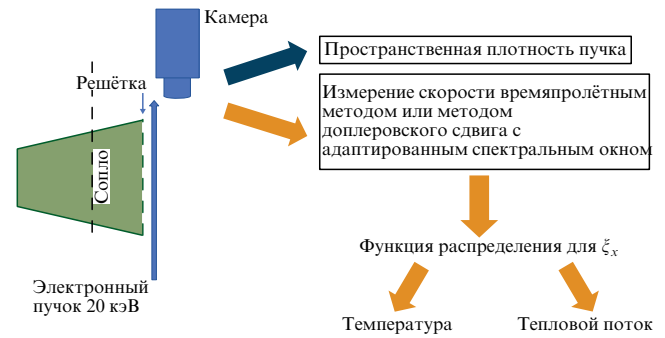


Рис. 18. Схема экспериментальной установки (слева показано сверхзвуковое сопло, сразу за ним расположена сетка (решётка), далее указан входящий электронный пучок и камера, позволяющая фиксировать высокие скорости частиц, получение функции распределения возможно, например, с помощью эффекта Доплера).

Поведение указанных величин подтверждает выполнение Н-теоремы. В одномерном стационарном случае это означает монотонный положительный градиент потока энтропии S_x , т.е. $S_{x \text{ output}} \geq S_{x \text{ input}}$, причём поведение самой энтропии S и приведенной энтропии S/n может быть более сложным (см. рис. 17).

В многомерном случае, как легко показать, выполнению Н-теоремы соответствует условие $\text{div } \mathbf{S} \geq 0$ (здесь $\mathbf{S} = -k_B \mathbf{H} = -k_B \int \xi f \ln f d\xi$ — поток энтропии). Проведённые численные эксперименты в двумерной геометрии для задачи об истечении струи с неравновесным граничным условием подтверждают выполнение этого условия.

Можно констатировать, что найдены (пока теоретически) неравновесные течения, в которых на масштабе длины свободного пробега может происходить перенос тепла из холодной области в горячую. Приведённые результаты требуют экспериментальной проверки. Однако трудности проведения таких экспериментов связаны с созданием стационарных неравновесных и других граничных условий, способных порождать аномальные перенос.

Проблема создания стационарно удерживаемых в пространственной области неравновесных распределений в принципе может разрешаться различными способами. Получение некоторой неравновесной функции или в области за телом при обтекании его сверхзвуковым потоком, или при прохождении мембраны представляется реалистичным, что продемонстрировано расчётами выше. Можно также использовать новые современные технологии: так называемые оптические решётки (см., например, [73, 74]) (возможность такого подхода подтверждалась нашим численным моделированием в [52]).

В последнее время начато конкретное обсуждение опытной проверки изучаемых эффектов. Неравновесные распределения могут быть созданы в потоках за мембранами. Диапазон желательной проницаемости $p_0 = 0,9 - 0,95$, что фактически соответствует решёткам (сеткам). На рисунке 18 показана принципиальная схема эксперимента, — данный экспериментальный тест планируется реализовать в Марсельском университете под руководством Dr. P. Perrier.

В эксперименте важны два фактора: создание необходимой неравновесности и метод диагностики. В качестве первого фактора выступает мембрана, расположенная за соплом, задающим сверхзвуковой поток разреженного газа. Для определения распределения частиц по

скоростям может использоваться метод флюоресценции при излучении электронного пучка (ЕВФ). Причём фактически достаточно определять неравновесное распределение и вычислять по нему температуру и тепловой поток только в одной точке за мембраной (сеткой). Так как вниз по потоку распределение будет равновесным, то здесь тепловой поток равен нулю, температура может изменяться с помощью, например, обычного термометра.

Формулировка Клаузиуса – Томсона может быть скорректирована, потому что допустимо представить природные явления с неравновесными состояниями, для которых возможен перенос тепла из холодной области в горячую. Обнаружение природных явлений с данными эффектами означало бы, что возможен перенос тепла из холодных зон в горячие в неравновесных течениях, так что формулировку второго начала можно расширить. Заметим, что неравновесные состояния надо поддерживать "накачкой" энергии и негэнтропии (при нормальных условиях спонтанно возникшая неравновесность релаксирует к равновесию за весьма малое время: в воздухе время релаксации $\sim 10^{-9}$ с). В качестве природных явлений, в которых способны реализоваться указанные эффекты неклассического переноса, могут выступать объекты в земных или космических условиях. Не исключено, что данные неравновесные состояния могут фиксироваться в сильнотермодинамических следах и струях, в течениях за решётками и тонкими мембранами, при обтекании спускаемых космических аппаратов (в донной области за телом, где образуется разреженная зона), в верхних слоях атмосферы, в астрофизических процессах, где реализуется большая длина свободного пробега частиц.

В настоящее время неравновесные течения газа имеют большое значение и затрагивают почти все области современной индустрии. Можно назвать многие технологические приложения, например, жидкостные микроприводы для активного управления аэродинамическими потоками, вакуумные генераторы, микродатчики расхода и температуры, манометры, микрогазоанализаторы, микротеплообменники для охлаждения электронных компонентов или для теплового контроля химических процессов и пористых сред. Так что рассматриваемая тема помимо чисто физического интереса может быть перспективна и в смысле приложений, например, при создании новых микроустройств (в частности, микрохолодильников). При обсуждении прикладных возможностей полезно вспомнить историю обнаружения и применения упоминавшегося выше эффекта тепловой транспирации, от теории до приложения которого прошло много лет.

В дополнение к вышесказанному можно указать на современные работы (см., например, [75]), в которых реализуются разнообразные схемы демона Максвелла. Допустимо предположить, что создание неравновесных распределений молекул с требуемыми для описанных эффектов свойствами не является более сложной проблемой.

8. Выводы

В работе освещены результаты и проблемы, связанные с новыми эффектами переноса тепла и вязких напряжений в газовой среде для сильнотермодинамических течений. Нарушение классических условий переноса согласно теории НС фиксировались давно в рамках приближения сплошной среды. Однако для микроскопических масштабов порядка длины свободного пробега молекул такие

явления начали отмечаться сравнительно недавно, и в силу важности изучения неравновесных процессов требуют детального рассмотрения в настоящее время.

В приведённой работе представлены обобщения результатов, как наших, так и некоторых других авторов, посвящённые вопросам неклассического аномального переноса, т.е. связям теплового потока и градиента температуры и тензоров вязких напряжений и скоростей сдвига, не согласующихся с законами Фурье и Ньютона – Стокса соответственно. При этом важным моментом является то, что обнаруженные аномальные соотношения приводят к принципиальным изменениям физического процесса, переносам тепла и импульса в направлении увеличения температуры и скорости.

Появление областей аномального переноса продемонстрировано для сверх- и гиперзвуковых течений с неравновесными граничными условиями в одномерной постановке (в ЗНР), где также аналитически подтверждена возможность получения принципиально новых связей между диссипативными потоками и градиентами соответствующих величин в рассмотренных режимах.

Нетрадиционный теплоперенос был смоделирован и численно подтверждён на основе расчётов полного уравнения Больцмана в задаче о теплопередаче при неравновесном тепловом отражении, в течениях со сложными граничными условиями, которые воспроизводят характеристики молекулярных потоков, проходящих через поры мембран. Аномальные зоны переноса были численно (прямым решением уравнения Больцмана и методом ПСМ) обнаружены в течениях с традиционными граничными условиями при обтекании плоской пластины и при прохождении сверхзвукового потока через решётку.

Существенным является то, что если при одномерных течениях аномальные зоны генерировались специальными неравновесными граничными условиями, для поддержания которых необходимы некоторые дополнительные факторы, то в течениях за пластиной и течениях сквозь решётку входящие в область потоки были равновесными. Такие течения широко распространены, и полученная неравновесность может быть условием для опытной проверки.

В работе обсуждаются возможности экспериментального теста и приводится схема соответствующей установки. Рассматриваются также потенциально допустимые проявления таких эффектов в различных природных явлениях. Обнаруженные эффекты неклассического переноса могут оказаться важными и в будущих приложениях.

Список литературы

1. Осипов А И, Уваров А В *УФН* **162** (11) 1 (1992); Osipov A I, Uvarov A V *Sov. Phys. Usp.* **35** 903 (1992)
2. Соболев С Л *УФН* **167** 1095 (1997); Sobolev S L *Phys. Usp.* **40** 1043 (1997)
3. Grad H "Principles of the kinetic theory of gases", in *Thermodynamik der Gase* (Handbuch der Physik, Vol. 12, Encyclopedia of Physics, Vol. 3, Ed. S Flügge) (Berlin: Springer, 1958) p. 205; Пер. русск. яз.: в сб. *Термодинамика газов* (М.: Машиностроение, 1970) с. 5–109
4. Alam M, Mahajan A, Shivanna D J. *Fluid Mech.* **782** 99 (2015)
5. Maxwell J C *Philos. Trans. R. Soc. London* **170** 231 (1879)
6. Reynolds O *Philos. Trans. R. Soc. London* **170** 727 (1879)
7. Knudsen M *Ann. Physik* **336** 205 (1909)
8. Akhlaghi H, Roohi E J. *Phys. Conf. Ser.* **362** 012045 (2012)
9. Akhlaghi H, Roohi E, Stefanov S *Phys. Rep.* **997** 1 (2023)
10. Крюков А П и др. *УФН* **191** 113 (2021); Kryukov A P et al. *Phys. Usp.* **64** 109 (2021)
11. Holway L H (Jr.) *Phys. Fluids* **8** 1905 (1965)

12. Yen S-M *Phys. Fluids* **9** 1417 (1966)
13. Salwen H, Grosch C E, Ziering S *Phys. Fluids* **7** 180 (1964)
14. Коган М Н *Динамика разреженного газа. Кинетическая теория* (М.: Наука, 1967); Пер. на англ. яз.: Kogan M N *Rarefied Gas Dynamics* (New York: Plenum Press, 1969)
15. Timokhin M Yu et al. *Phys. Fluids* **27** 037101 (2015)
16. Myong R S *Phys. Fluids* **23** 012002 (2011)
17. Taheri P, Torrilhon M, Struchtrup H *Phys. Fluids* **21** 017102 (2009)
18. Ilyin O J. *Stat. Mech.* **2017** 053201 (2017)
19. Venugopal V, Praturi D S, Girimaji S S *J. Fluid Mech.* **864** 995 (2019)
20. Baranyai A, Evans D J, Daivis P J *Phys. Rev. A* **46** 7593 (1992)
21. Todd B D, Evans D J *J. Chem. Phys.* **103** 9804 (1995)
22. Todd B D, Evans D J *Phys. Rev. E* **55** 2800 (1997)
23. Wang Z, Bao L, Tong B *Phys. Fluids* **22** 126103 (2010)
24. Gu X-J, Emerson D R *J. Fluid Mech.* **636** 177 (2009)
25. Kovács R *Entropy* **21** 718 (2019)
26. Бишаев А М, Рыков В А *Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа* (3) 162 (1980)
27. Коган М Н, Галкин В С, Фридлендер О Г *УФН* **119** 111 (1976); Kogan M N, Galkin V S, Fridlender O G *Sov. Phys. Usp.* **19** 420 (1976)
28. Жданов В М, Ролдугин В И *УФН* **168** 407 (1998); Zhdanov V M, Roldugin V I *Phys. Usp.* **41** 349 (1998)
29. Жданов В М, Ролдугин В И *ЖЭТФ* **109** 1267 (1996); Zhdanov V M, Roldugin V I *J. Exp. Theor. Phys.* **82** 683 (1996)
30. Waldmann L, Vestner H *Physica A* **80** 523 (1975)
31. Мартюшев Л М *УФН* **191** 586 (2021); Martuyushev L M *Phys. Usp.* **64** 558 (2021)
32. Kušcer I *Physica A* **133** 397 (1985)
33. Жданов В, Каган Ю, Сазыкин А *ЖЭТФ* **42** 857 (1962); Zhdanov V, Kagan Yu, Sazykin A *Sov. Phys. JETP* **15** 596 (1962)
34. Jou D, Casas-Vazquez J, Lebon G *Rep. Prog. Phys.* **51** 1105 (1988)
35. Müller I, Ruggeri T *Extended Thermodynamics* (Springer Tracts in Natural Philosophy, Vol. 37) (New York: Springer-Verlag, 1993) <https://doi.org/10.1007/978-1-4684-0447-0>
36. Kolobov V I et al. *J. Comput. Phys.* **223** 589 (2007)
37. Шахов Е М *Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа* (1) 156 (1968)
38. Vhatnagar P L, Gross E P, Krook M *Phys. Rev.* **94** 511 (1954)
39. Квасников И А *Молекулярная физика* (М.: URSS, ЛИБРОКОМ, 2011)
40. Аристов В В, Иванов М С, Черемисин Ф Г *Журн. вычисл. матем. и матем. физ.* **30** 623 (1990); Aristov V V, Ivanov M S, Cheremisin F G *USSR Comput. Math. Math. Phys.* **30** 193 (1990)
41. Aristov V V *Direct Methods for Solving the Boltzmann Equation and Study of Nonequilibrium Flows* (Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 2001); Aristov V V *Direct Methods for Solving the Boltzmann Equation and Study of Nonequilibrium Flows* 2nd ed. (Dordrecht: Springer, 2012) <https://doi.org/10.1007/978-94-010-0866-2>
42. Ohwada T *Phys. Fluids* **8** 2153 (1996)
43. Bird G A *Molecular Gas Dynamics* (Oxford: Clarendon Press, 1976); Пер. на русск. яз.: Берд Г *Молекулярная газовая динамика* (М.: Мир, 1981)
44. Liu C Y, Lees L, in *Rarefied Gas Dynamics. Proc. of the Second Intern. Symp. on Rarefied Gas Dynamics* (Ed. L Talbot) (New York: Academic Press, 1961)
45. Аристов В В, Забелок С А, Фролова А А *Докл. РАН* **473** 286 (2017); Aristov V V, Zabelok S A, Frolova A A *Dokl. Phys.* **62** 149 (2017)
46. Cercignani C *Theory and Application of the Boltzmann Equation* (Edinburgh: Scottish Academic Press, 1975)
47. Ильин О В *Журн. вычисл. матем. и матем. физ.* **63** 2016 (2023); Ilyin O V *Comput. Math. Math. Phys.* **63** 2297 (2023)
48. Aristov V V, in *Rarefied Gas Dynamics. Proc. of the 17th Intern. Symp. on Rarefied Gas Dynamics, July 8–14, 1990, Aachen, Germany* (Ed. A E Beylich) (Weinheim: VHC, 1991) p. 879
49. Аристов В В, в сб. *Труды Первой Российской национальной конф. по теплообмену, 21–25 ноября 1994, Москва, Россия* Т. 10, Ч. 2 (М.: МЭИ, 1994) с. 36
50. Aristov V V *Phys. Lett. A* **250** 354 (1998)
51. Аристов В В и др. *Журн. вычисл. матем. и матем. физ.* **56** 869 (2016); Aristov V V et al. *Comput. Math. Math. Phys.* **56** 854 (2016)
52. Aristov V V, Frolova A A, Zabelok S A *Commun. Comput. Phys.* **11** 1334 (2012)
53. Аристов В В, Панышкин М В *Журн. вычисл. матем. и матем. физ.* **51** 131 (2011); Aristov V V, Panyashkin M V *Comput. Math. Math. Phys.* **51** 122 (2011)
54. Ivanov M S, Markelov G N, Gimelshein S F *AIAA Paper* **98** 2669 (1998)
55. Aristov V V, Frolova A A, Zabelok S A *Europhys. Lett.* **88** 30012 (2009)
56. Аристов В В, Забелок С А, Фролова А А *Матем. моделирование* **21** (12) 59 (2009)
57. Bird G A *AIAA J.* **4** (1) 55 (1966)
58. Черемисин Ф Г *ДАН СССР* **209** 811 (1973); Cheremisin F G *Sov. Phys. Dokl.* **18** 203 (1973)
59. Aoki K, Kanba K, Takata S *Phys. Fluids* **9** 1144 (1997)
60. Abramov A A, Butkovskii A V, Buzykin O G *Phys. Fluids* **32** 087108 (2020)
61. Аристов В В, Воронич И В, Забелок С А *Журн. вычисл. матем. и матем. физ.* **63** 2025 (2023); Aristov V V, Voronich I V, Zabelok S A *Comput. Math. Math. Phys.* **63** 2306 (2023)
62. Mattia D et al. *Philos. Trans. R. Soc. A* **374** 20150035 (2016) <https://doi.org/10.1098/rsta.2015.0035>
63. Yoon H W, Cho Y H, Park H B *Philos. Trans. R. Soc. A* **374** 20150024 (2016) <https://doi.org/10.1098/rsta.2015.0024>
64. Wang L et al. *Nano Lett.* **17** 3081 (2017)
65. Lasseux D, Valdés Parada F J, Porter M L *J. Fluid Mech.* **805** 118 (2016)
66. Moghaddam R N, Jamiolahmady M *Fuel* **173** 298 (2016)
67. Borner A, Panerai F, Mansour N N *Int. J. Heat Mass Transfer* **106** 1318 (2017)
68. Аристов В В, Забелок С А, Фролова А А *Моделирование неравновесных структур кинетическими методами* (М.: Физматкнига, 2017)
69. Aristov V V, Voronich I V, Zabelok S A *Phys. Fluids* **33** 012009 (2021)
70. Aristov V V, Voronich I V, Zabelok S A *Phys. Fluids* **31** 097106 (2019)
71. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Статистическая физика* Ч. 1 (М.: Физматлит, 2002); Пер. на англ. яз.: Landau L D, Lifshitz E M *Statistical Physics* Vol. 1 (Oxford: Pergamon Press, 1980)
72. Климонтович Ю Л *Статистическая физика* (М.: Наука, 1982); Пер. на англ. яз.: Klimontovich Yu L *Statistical Physics* (Chur: Harwood Acad. Publ., 1986)
73. Barker P F, Shneider M N *Phys. Rev. A* **64** 033408 (2001)
74. Fulton R et al. *Nature Phys.* **2** 465 (2006)
75. Koski J V et al. *Phys. Rev. Lett.* **115** 260602 (2015)

Nonclassical transport in nonequilibrium rarefied gas flows

V.V. Aristov^(a), S.A. Zabelok^(b), A.A. Frolova^(c)

Federal Research Center "Computer Science and Control" of the Russian Academy of Sciences,

ul. Vavilova 44, korp. 2, 119333 Moscow, Russian Federation

E-mail: ^(a) aristovvl@yandex.ru, ^(b) s.zabelok@yandex.ru, ^(c) aafrolova@yandex.ru

We discuss physical phenomena in nonequilibrium gas flows where the classical Stokes and Fourier laws for stress and heat transfer are violated. Fundamental differences are revealed between the kinetic description and methods of the thermodynamics of nonequilibrium processes. We study classes of problems for nonequilibrium rarefied gas flows with nonclassical transport. Prospects of experimental verification of the effects are also discussed.

Keywords: kinetic theory, Boltzmann equation, nonequilibrium flows, nonclassical transport processes

PACS numbers: 05.20.Dd, 05.70.Ln, **51.10.+y**

Bibliography — 75 references

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **195** (3) 276–293 (2025)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFN.2024.08.039730>

Received 16 April 2024, revised 12 July 2024

Physics – Uspekhi **68** (3) (2025)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2024.08.039730>